

۱ با توجه به داده‌های نقشه‌ی شکل زیر:

الف) تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟



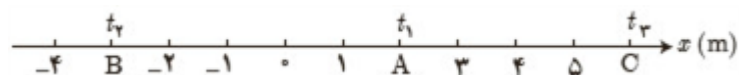
پاسخ: ۱ الف)
$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{4}{3} h} = 45 \frac{\text{km}}{h}$$

$$V_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{4}{3} h} = 45 \frac{\text{km}}{h}$$

ب) سرعت متوسط یک کمیت برداری است و تابع مسیر حرکت نیست. در صورتی‌که تندی متوسط یک کمیت اسکالر و یا نرده‌ای است و به مسیر طی شده توسط متحرک بستگی دارد.

پ) اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط با هم برابر است که اندازه جابه‌جایی تقریباً با مسافت طی شده برابر باشد. اگر در شکل مسیر طی شده قوس کمتری داشته باشد، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط تقریباً با هم برابرند.

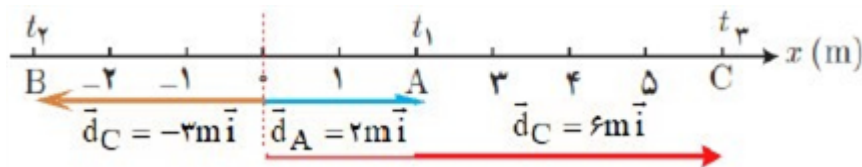
متحرکی مطابق شکل در لحظه‌ی t_1 در نقطه‌ی A، در لحظه‌ی t_2 در نقطه‌ی B و در لحظه‌ی t_3 در نقطه‌ی C قرار



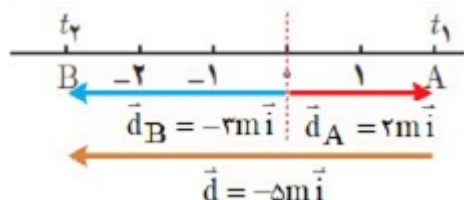
دارد.

الف) بردارهای مکان متحرک را در هریک از این لحظه‌های روی محور x رسم کنید و برحسب بردار بیکه بنویسید.

ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هریک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 تا t_3 و t_2 تا t_1 به دست آورید.

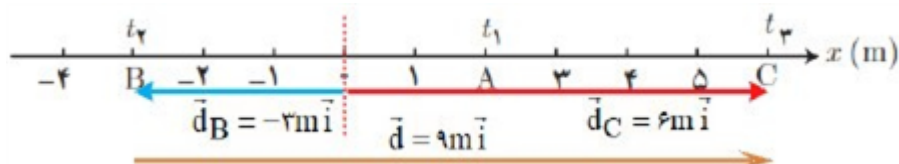


پاسخ: ۱ الف)

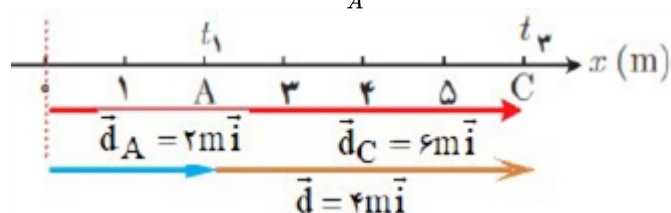


ب) $t_2 - t_1 : \vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A = -2m\vec{i} - 1m\vec{i} = -3m\vec{i}$

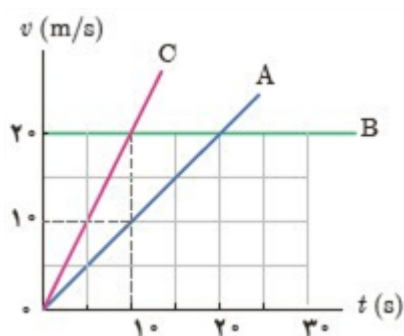
$t_3 - t_2 : \vec{d} = \vec{d}_C - \vec{d}_B = 5m\vec{i} - (-2m)\vec{i} = 7m\vec{i}$



$t_3 - t_1 : \vec{d} = \vec{d}_C - \vec{d}_A = 5m\vec{i} - 1m\vec{i} = 4m\vec{i}$



در شکل زیر نمودار سرعت - زمان سه متحرک نشان داده شده است.
 الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.
 ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.
 پ) در بازه ی زمانی ۰s تا ۱۰s جابه جایی این سه متحرک را پیدا کنید.



پاسخ: ۱ الف) شیب خط متحرک C بیش تر از شیب خط متحرک A و شیب خط متحرک B، موازی با محور زمان است. در

نتیجه: $a_C > a_A > a_B$

ب) $a_A = \frac{10 \frac{m}{s} - 0}{10s - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$ شیب خط متحرک A

$a_C = \frac{20 \frac{m}{s} - 0}{10s - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$ شیب خط متحرک C

$a_B = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0$ شیب خط متحرک B

ج) $\Delta X_A = v_{av} \Delta t = 5 \frac{m}{s} \times 10s = 50m$

$\Delta X_B = v_{av} \Delta t = 20 \frac{m}{s} \times 10s = 200m$

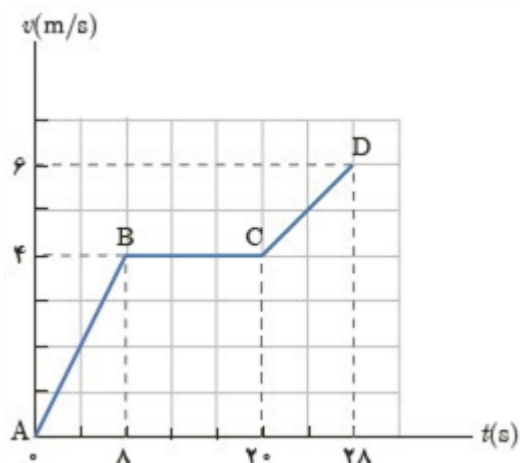
$\Delta X_C = v_{av} \Delta t = 10 \frac{m}{s} \times 10s = 100m$

شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.

الف) شتاب در هریک از مرحله‌های AB، BC و CD چه قدر است؟

ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چه قدر است؟

پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازه‌ی زمانی پیدا کنید.



الف) $a_{AB} = a_{av} = \frac{V_B - V_A}{t_B - t_A} = \frac{4 \frac{m}{s} - 0}{8s - 0} = 0.5 \frac{m}{s^2}$

$a_{CB} = a_{av} = \frac{V_C - V_B}{t_C - t_B} = \frac{4 \frac{m}{s} - 4 \frac{m}{s}}{20s - 8s} = 0 \frac{m}{s^2}$

$a_{DC} = a_{av} = \frac{V_D - V_C}{t_D - t_C} = \frac{8 \frac{m}{s} - 4 \frac{m}{s}}{28s - 20s} = 0.5 \frac{m}{s^2}$

ب) $a_{av} = \frac{V_D - V_A}{t_D - t_A} = \frac{8 \frac{m}{s} - 0}{28s - 0} = 0.2857 \frac{m}{s^2}$

پ) $\Delta X = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3$

$\Delta X = v_{av1} \Delta t_{AB} + v_{av2} \Delta t_{AB} + v_{av3} \Delta t_{AB}$

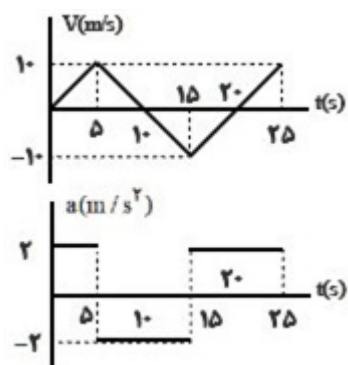
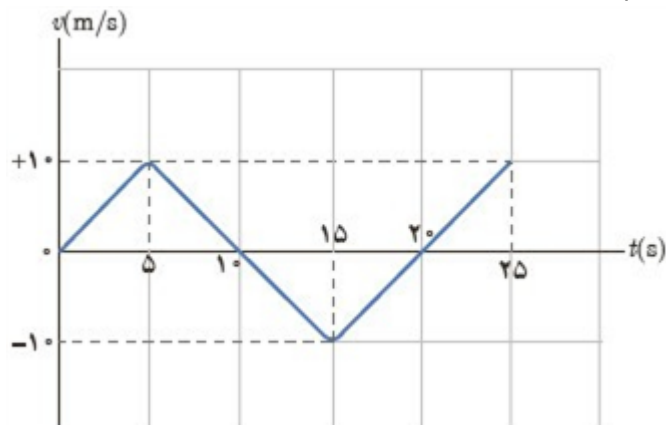
$\Delta X = 8s \times 0.5 \frac{m}{s} + 4 \frac{m}{s} \times 12s + 0.5 \frac{m}{s} \times 8s = 10.4m$

پاسخ: ۱

نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب - زمان این متحرک را رسم کنید.

ب) اگر $x_0 = -10m$ باشد نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کنید.



$$\text{الف) } a_1 = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{10 \frac{m}{s} - 0}{5s - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{V_3 - V_2}{t_3 - t_2} = \frac{-10 \frac{m}{s} - 10 \frac{m}{s}}{10s - 5s} = -2 \frac{m}{s^2}$$

$$a_3 = \frac{V_4 - V_3}{t_4 - t_3} = \frac{-10 \frac{m}{s} - (-10 \frac{m}{s})}{15s - 10s} = 2 \frac{m}{s^2}$$

پاسخ: ۱

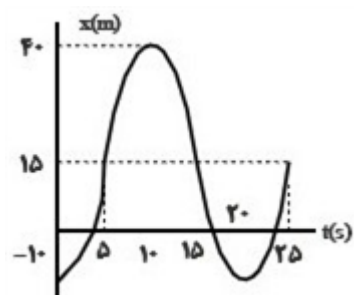
$$x_1 = \left(0 + 10 \frac{m}{s} \right) 5s - 10m = 10m \quad \text{ب)}$$

$$x_2 = \left(\frac{0 + 10 \frac{m}{s}}{2} \right) 5s + 10m = 40m$$

$$x_3 = \left(\frac{0 - 10 \frac{m}{s}}{2} \right) 5s + 40m = 10m$$

$$x_4 = \left(\frac{0 - 10 \frac{m}{s}}{2} \right) 5s + 10m = -10m$$

$$x_5 = \left(\frac{0 + 10 \frac{m}{s}}{2} \right) 5s - 10m = 10m$$



شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان حرکت یک دوندۀ دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.

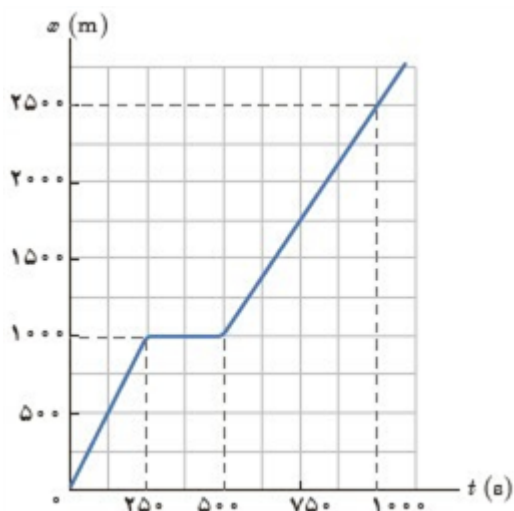
الف) در کدام بازۀ زمانی دوندۀ سریع‌تر دویده است؟

ب) در کدام بازۀ زمانی، دوندۀ ایستاده است؟

پ) سرعت دوندۀ را در بازۀ زمانی ۰ s تا ۲۵۰ s حساب کنید.

ت) سرعت دوندۀ را در بازۀ زمانی ۵۰۰ s تا ۱۰۰۰ s حساب کنید.

ث) سرعت دوندۀ را در بازۀ زمانی ۰ s تا ۱۰۰۰ s حساب کنید.



پاسخ: ۱ الف) در بازۀ زمانی صفر تا ۲۵۰ s دوندۀ سریع‌تر دویده. شیب خط در بازۀ زمانی صفر تا ۲۵۰ s بیش‌تر از شیب خط در بازۀ زمانی ۵۰۰ s تا ۱۰۰۰ s می‌باشد.

ب) در بازۀ زمانی ۲۵۰ s تا ۵۰۰ s دوندۀ ایستاده.

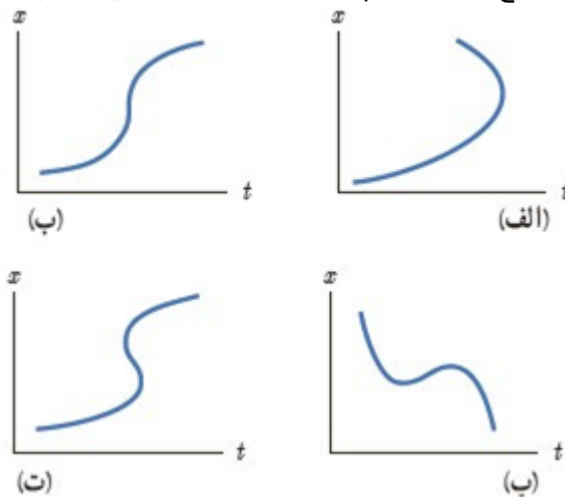
$$V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(1000 - 0)m}{250s} = 4 \frac{m}{s}$$

پ) $V_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{1000m}{250s} = 4 \frac{m}{s}$

ت) $V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2500 - 1000)m}{500s} = 3 \frac{m}{s}$

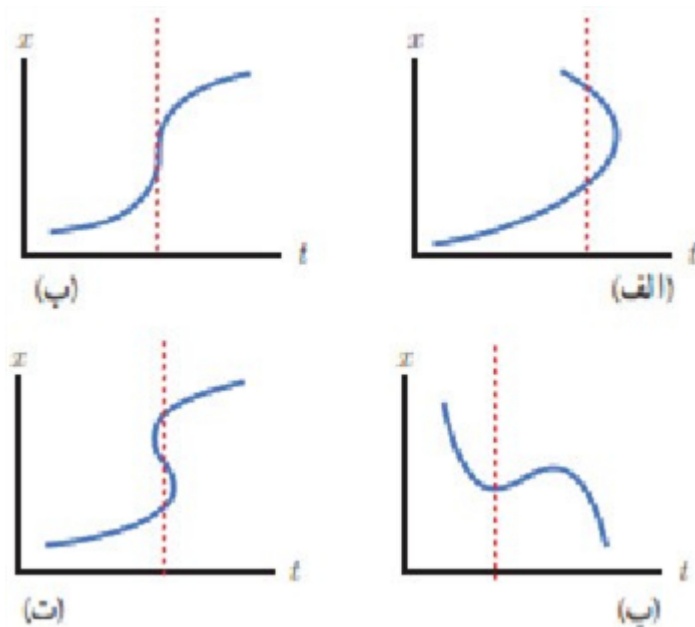
ث) $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2500 - 0)m}{1000s} = 2.5 \frac{m}{s}$

توضیح دهید کدامیک از نمودارهای مکان - زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهنده‌ی نمودار $x - t$ یک متحرک باشد.

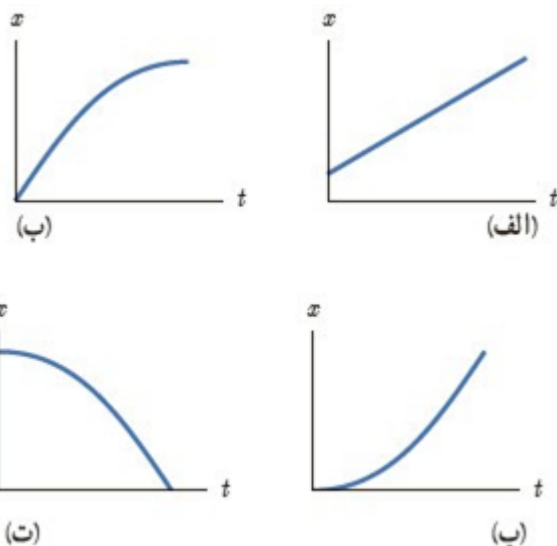


پاسخ: ۱ نمودار پ

در شکل‌های الف، ب و ت نشان می‌دهد که یک لحظه متحرک در دو مکان است و در شکل پ برای یک لحظه، جابه‌جایی رخ داده است.

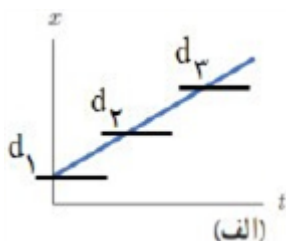


توضیح دهید از نمودارهای مکان - زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



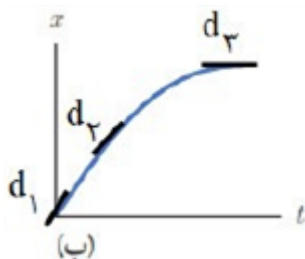
پاسخ: ۱ برای این‌که متحرک از حال سکون حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ موازی با محور زمان باشد که تنها در شکل پ و ت در لحظه‌ی $t = 0$ رخ می‌دهد.

برای این‌که بر تندی متحرک افزوده شود باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در حال افزایش باشد. شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ موازی با محور زمان باید در حال افزایش باشد.

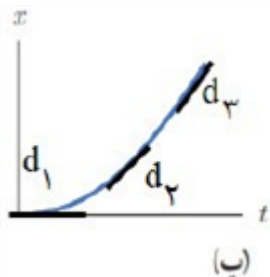


شیب خط در نمودار «الف» ثابت است. در نتیجه سرعت ثابت است.

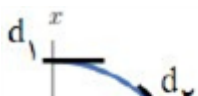
شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t = 0$ با محور داری مقدار می‌باشد. این شیب رفته رفته کم شده تا موازی با محور زمان می‌رسد. در نتیجه در لحظه‌ی $t = 0$ دارای تندی است و با گذشت زمان کم و صفر می‌شود.



شیب خط مماس بر نمودار «پ» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار تندی صفر است، که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد.

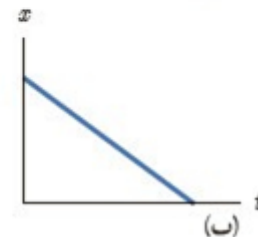
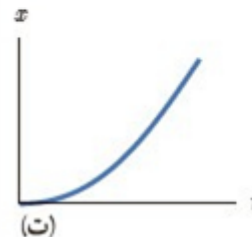
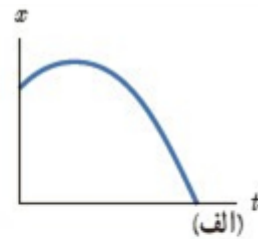
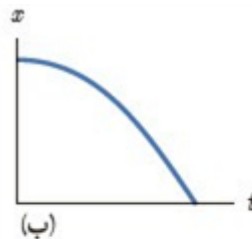


شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است. که با گذشت زمان شیب خط منفی و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد.



توضیح دهید کدامیک از نمودارهای مکان - زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه‌ی آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.

(ت)

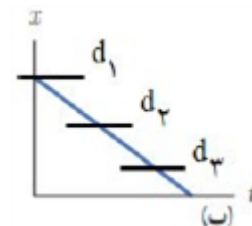


پاسخ: ۱

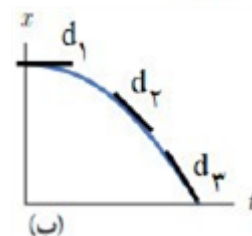
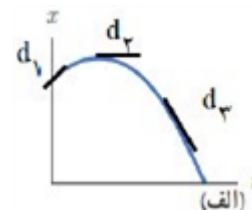
برای این‌که متحرک با سرعت اولیه در جهت محور x حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ مثبت باشد. و برای این‌که شتاب در خلاف جهت محور x باشد می‌بایست شیب مماس در هر لحظه در حال کاهش یا شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی و در حال افزایش باشد. گزینه‌ی الف درست است. شیب خط مماس بر نمودار «الف» در لحظه $t = 0$ مثبت است. لذا دارای سرعت اولیه در جهت محور x می‌باشد. سرعت آن افزایش می‌یابد. شیب خط ابتدا مثبت و با گذشت زمان در جهت مثبت محور x در حال کاهش می‌باشد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x است. سپس شیب خط منفی و در حال افزایش می‌باشد به عبارتی سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد.

شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و سرعت اولیه صفر می‌باشد. سپس شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی و در حال افزایش می‌باشد، در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد.

شیب خط در نمودار «پ» ثابت و منفی است. در نتیجه سرعت ثابت است و شتاب صفر است.



شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد و شتاب در جهت محور x خواهد بود.

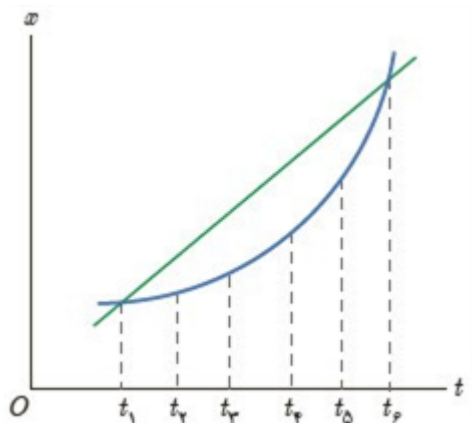


شکل روبه‌رو نمودار مکان-زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند.

الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از یکدیگر می‌گذرند؟

ب) در چه لحظه‌ی تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟

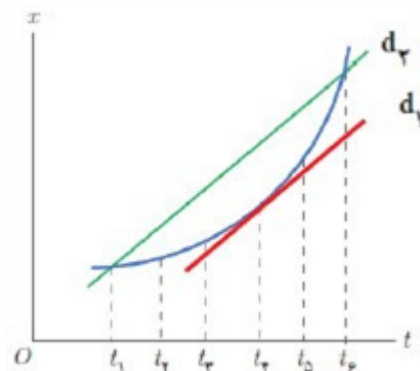
پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید.



پاسخ: ۱ الف) در لحظه‌ی t_1 و t_6 از کنار یکدیگر می‌گذرند.

ب) در لحظه‌ی t_4 که شیب برابر دارند تندی دو خودرو یکسان است.

پ) در بازه‌ی t_1 و t_6 سرعت متوسط دو خودرو به علت داشتن شیب برابر، مساویند.

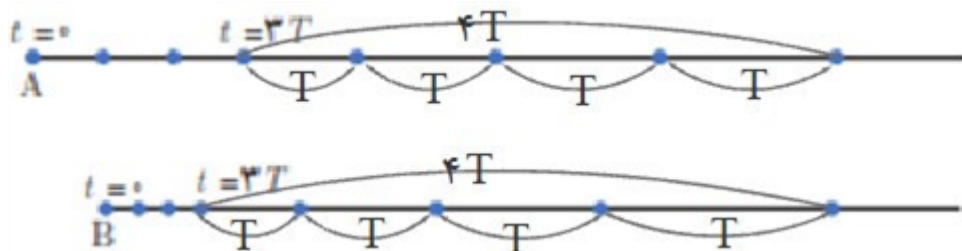


هریک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t = 0$, $t = T$, $t = 2T$, $t = 3T$ و ... نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظه‌ی $t = 3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید:



- الف) سرعت اولیه‌ی کدام خودرو بیش‌تر است؟
 ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیش‌تر است؟
 پ) کدام خودرو شتاب بیش‌تری دارد؟

پاسخ: ۱



الف) سرعت اولیه خودروی A بیش‌تر است.

در بازه زمانی برابر، جابه‌جایی بیش‌تری را متحرک A طی کرده است.

ب) سرعت نهایی خودرو B بیش‌تر است.

جابه‌جایی متحرک B در زمان برابر بیش‌تر از متحرک A می‌باشد. از آن‌جایی که سرعت متحرک B در لحظه‌ی $3T$ کم‌تر از متحرک A در این لحظه است. در نتیجه متحرک B سرعت نهایی بیش‌تری دارد.

پ) شتاب خودروی B بیش‌تر از شتاب خودرو A است.

تغییرات سرعت متحرک B در بازه $4T$ بیش‌تر از تغییرات سرعت متحرک A در این بازه زمانی است در نتیجه شتاب متحرک B بیش‌تر از A است.

معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

الف) مکان متحرک را در $t = 0s$ و $t = 2s$ به دست آورید.

ب) سرعت متوسط جسم را در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

پاسخ: ۱

$$x = t^3 - 3t^2 + 4$$

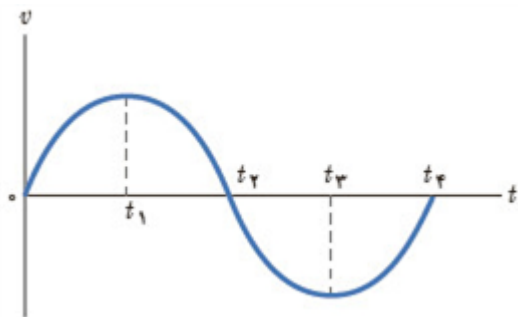
الف) $t = 0s \Rightarrow x_1 = 4m$

$t = 2s \Rightarrow x_2 = 8m - 12m + 4m = 0$

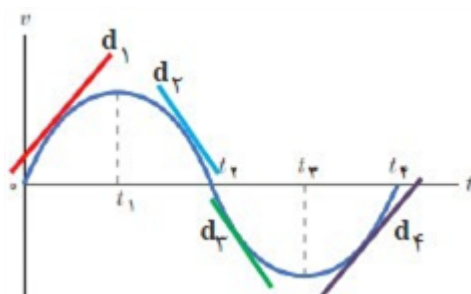
ب) $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4m}{2s - 0} = -2 \frac{m}{s}$

۱۳

نمودار سرعت - زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.

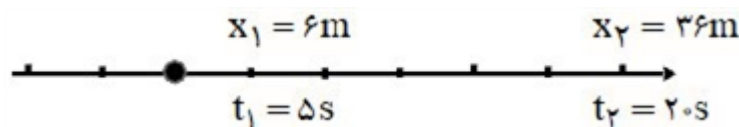


پاسخ: ۱ در بازه زمانی $(0 \text{ تا } t_1)$ و $(t_3 \text{ تا } t_4)$ شیب خط d_1 و d_4 نمودار $v-t$ ، مثبت است در نتیجه بردار شتاب در جهت محور x است و در بازه زمانی $(t_1 \text{ تا } t_2)$ و $(t_2 \text{ تا } t_3)$ شیب d_2 و d_3 نمودار $v-t$ ، منفی است. در نتیجه بردار شتاب در خلاف جهت محور x است.



۱۴

جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه‌ی $t_1 = 5/0s$ در مکان $x_1 = 6/0m$ و در لحظه‌ی $t_2 = 20/0s$ در مکان $x_2 = 36/0m$ باشد:
الف) معادله‌ی مکان - زمان جسم را بنویسید.
ب) نمودار مکان - زمان جسم را رسم کنید.

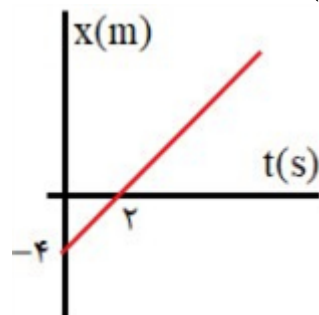


پاسخ: ۱ الف)

$$v_{21} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36m - 6m}{20s - 5s} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{21} = v_{1.} = \frac{x_1 - x_{.}}{t_1 - t_{.}} \Rightarrow 2 \frac{m}{s} = \frac{6m - x_{.}}{5s - 0s} \Rightarrow x_{.} = -10m + 6m = -4m$$

$$x = vt + x_{.} \Rightarrow x = 2 \left(\frac{m}{s} \right) t - 4m$$



(ب)

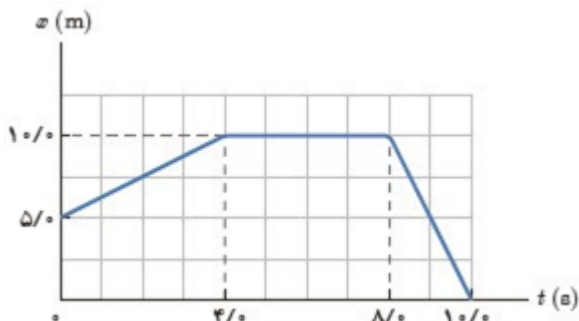
شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند.

الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چه‌قدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک را در هریک از بازه‌های زمانی 0 تا 4 ، 4 تا 8 ، 8 تا 10 و همچنین در کل زمان حرکت به دست آورید.

پ) معادله‌ی حرکت متحرک را در هریک از بازه‌های زمانی 0 تا 4 ، 4 تا 8 ، 8 تا 10 بنویسید.

ت) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید.



الف)
$$d = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = (10m - 5m) + (10m - 10m) + (0m - 10m) = -5m$$

پاسخ: ۱

ب)
$$s = \left| \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \right| + \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} \right| + \left| \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} \right| = 15m$$

ب)
$$v_{1av} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{10m - 5m}{4s - 0} = 1/2 \frac{m}{s}$$

$$v_{2av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{10m - 10m}{8s - 4s} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_{3av} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{0m - 10m}{10s - 8s} = -5 \frac{m}{s}$$

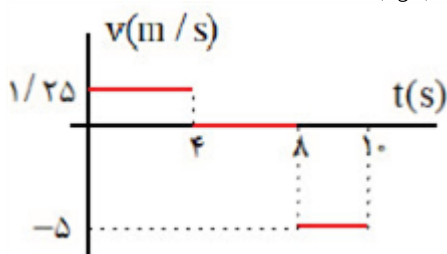
$$v_{fav} = \frac{\Delta x_f}{\Delta t_f} = \frac{0m - 5m}{10s - 0} = -0.5 \frac{m}{s}$$

پ)
$$x_1 = v_1 t + x_0 \Rightarrow x_1 = 1/2 \left(\frac{m}{s} \right) t + 5m$$

$$x_2 = v_2 t + x_1 \Rightarrow x_2 = 0 \left(\frac{m}{s} \right) t + 10m = 10m$$

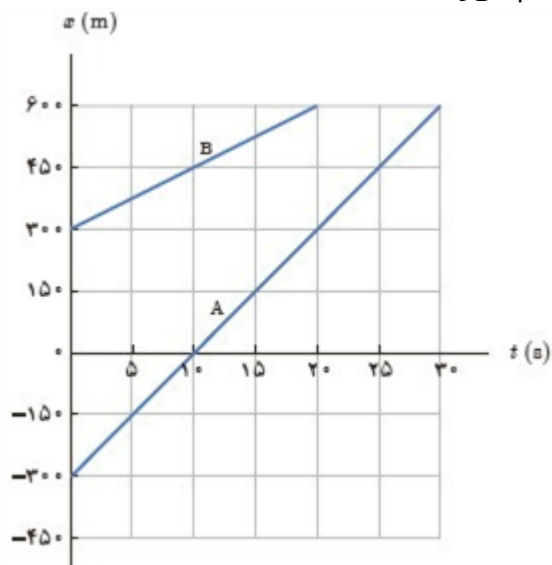
$$x_3 = v_3 t + x_2 \Rightarrow x_3 = -5 \left(\frac{m}{s} \right) t + 10m$$

ت)



شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.
الف) معادله‌ی حرکت هریک از آن‌ها را بنویسید.

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟



الف) $x_B = (m = v_B)t + x_{\cdot B} \Rightarrow x_B = \left(m = \frac{x_{\cdot B} - x_{\cdot B}}{t_{\cdot B} - t_{\cdot B}}\right)t + x_{\cdot B}$

پاسخ: ۱

$$x_B = \left(\frac{600m - 300m}{20s - 0}\right)t + 300m \Rightarrow x_B = 15\left(\frac{m}{s}\right)t + 300m$$

$$x_A = (m = v_A)t + x_{\cdot A} \Rightarrow x_A = \left(m = \frac{x_{\cdot A} - x_{\cdot A}}{t_{\cdot A} - t_{\cdot A}}\right)t + x_{\cdot A}$$

$$x_A = \left(\frac{0m - (-300m)}{10s - 0}\right)t - 300m \Rightarrow x_A = 30\left(\frac{m}{s}\right)t - 300m$$

ب) $x_A = x_B$

$$30\left(\frac{m}{s}\right)t - 300m = 15\left(\frac{m}{s}\right)t + 300m \Rightarrow 15\left(\frac{m}{s}\right)t = 600m \Rightarrow t = 40s$$

$$x_A = 30\left(\frac{m}{s}\right) \times 40s - 300m = 900m$$

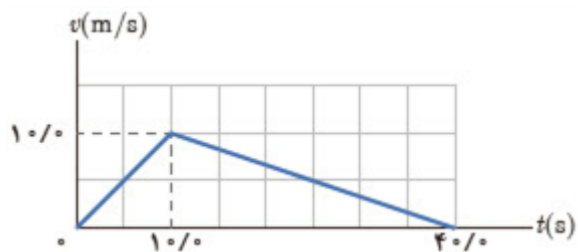
دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از این‌که ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهواره‌ی موردنظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ 0.24 ثانیه باشد، فاصله‌ی ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چه قدر است؟

$$\Delta t = \frac{0.24s}{2} = 0.12s$$

پاسخ: ۱ سرعت نور $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ است.

$$\Delta x = v\Delta t = 3 \times 10^8 \left(\frac{m}{s}\right) \times 0.12s = 3.6 \times 10^7 m$$

نمودار $v - t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی 0 تا 5 s چند برابر سرعت متوسط آن در بازه‌ی زمانی 5 تا 40 s است؟



$$a_1 = \frac{10 \frac{m}{s}}{5 s} = 2 \frac{m}{s^2} \xrightarrow{\Delta t = 5s} v_1 = a_1 t + v_0 = 2 \frac{m}{s^2} \times 5s = 10 \frac{m}{s}$$

$$v_{1av} = \frac{v_1 + v_0}{2} = \frac{10 \frac{m}{s} + 0}{2} = 5 \frac{m}{s}$$

$$a_2 = \frac{0 - 10 \frac{m}{s}}{40s - 5s} = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\Delta t = 35s} v_2 = a_2 \Delta t + v_1 = -\frac{1}{3} \frac{m}{s^2} \times 35s + 10 \frac{m}{s} = \frac{5}{3} \frac{m}{s} \\ v_{2av} = \frac{v_2 + v_1}{2} = \frac{\frac{5}{3} \frac{m}{s} + 10 \frac{m}{s}}{2} = \frac{35}{6} \frac{m}{s} \end{array} \right.$$

$$\frac{v_{1av}}{v_{2av}} = \frac{5}{35/6} = \frac{6}{7}$$

پاسخ: ۱

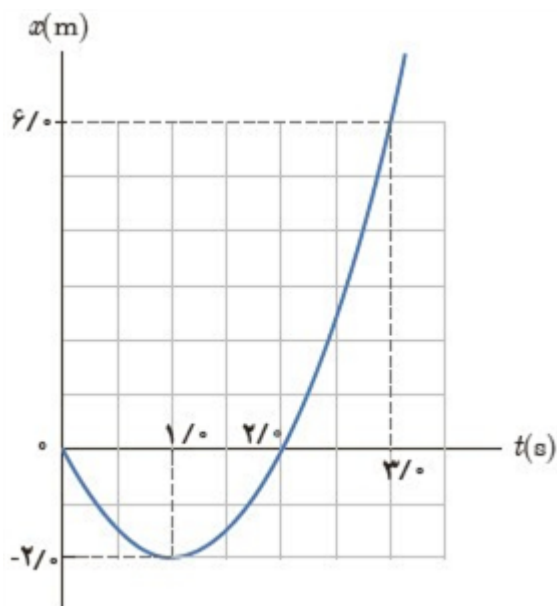
شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $3/0$ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

ب) معادله‌ی مکان - زمان متحرک را بنویسید.

پ) سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t = 3/0$ پیدا کنید.

ت) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید.



$$\text{الف) } v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{6\text{ m} - 0}{3\text{ s} - 0} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پاسخ: ۱

$$\text{ب) } v = at + v_0 \Rightarrow t = 1\text{ s} \Rightarrow 0 = a(s) + v_0 \Rightarrow v_0 = -a(s) \quad (1)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

یا

$$t = 3\text{ s} \Rightarrow 6\text{ m} = \frac{1}{2}a(3\text{ s})^2 + v_0(3\text{ s}) + 0 \Rightarrow 3a(s^2) + 2v_0(s) = 4\text{ m} \quad (2)$$

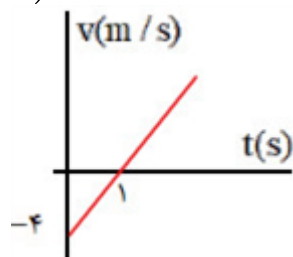
جاگذاری رابطه‌ی ۱ در رابطه‌ی ۲ خواهیم داشت.

$$(1) \& (2) \Rightarrow 3a(s^2) + 2 \times -a(s)(s) = 4\text{ m} \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_0 = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = 2t^2 - 4t$$

$$\text{پ) } v = at + v_0 \Rightarrow v = 4\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t - 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v = 4\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \times 3\text{ s} - 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



$$\text{ت) } v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t - 4$$

$$\begin{cases} v = 0 \Rightarrow t = 1\text{ s} \\ t = 0 \Rightarrow v = -4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{cases}$$

۲۰ متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x = +10m$ سرعت متحرک $+4 \frac{m}{s}$ و در مکان

$x = +19m$ سرعت متحرک $+18 \frac{km}{h}$ است.

الف) شتاب حرکت آن چه قدر است؟

ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از $+4 \frac{m}{s}$ به سرعت $+18 \frac{km}{h}$ می‌رسد؟

پاسخ: ۱

$$\text{الف) } v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 25\left(\frac{m}{s}\right)^2 - 16\left(\frac{m}{s}\right)^2 = 2a(19m - 10m)$$

$$a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

ب) $v_2 = a\Delta t + v_1 \Rightarrow 5\left(\frac{m}{s}\right) = 0.5\left(\frac{m}{s^2}\right)\Delta t + 4\left(\frac{m}{s}\right)$

$$\Delta t = 2s$$

۲۱ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $2 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین

لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36 \frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

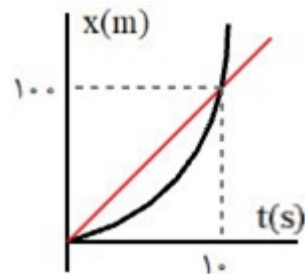
ب) نمودار مکان - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

پ) نمودار سرعت - زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

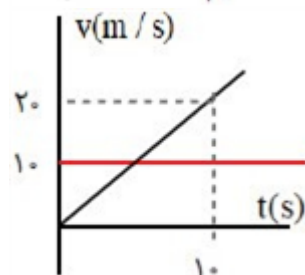
پاسخ: ۱

$$\text{الف) } \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at^2 = t^2 \\ x_2 = vt - 10t \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s$$

$$x_1 = t^2 = 100m$$



ب)



پ)

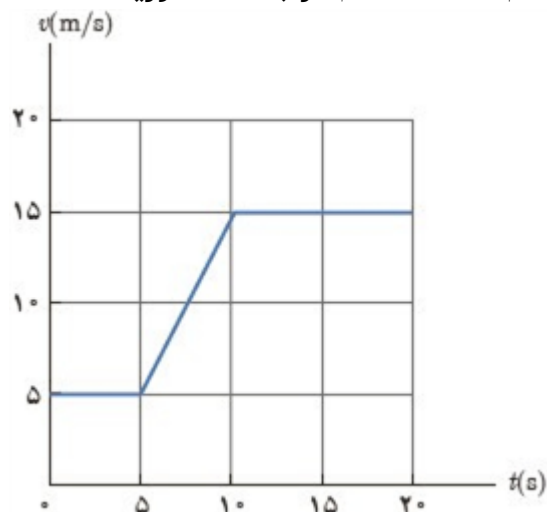
شکل نشان داده شده نمودار سرعت - زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.

الف) شتاب خودرو را در هریک از لحظه‌های $t = ۳s$ ، $t = ۸s$ و $t = ۱۱s$ و $t = ۱۵s$ به دست آورید.

ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی $t_1 = ۰s$ تا $t_2 = ۲۰s$ را به دست آورید.

پ) در هریک از بازه‌های زمانی $t_1 = ۵s$ تا $t_2 = ۱۱s$ و $t_2 = ۱۱s$ تا $t_2 = ۲۰s$ خودرو چه قدر جابه‌جا شده است؟

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_1 = ۵s$ تا $t_2 = ۱۱s$ و $t_2 = ۱۱s$ تا $t_2 = ۲۰s$ را به دست آورید.



پاسخ: ۱ الف) شتاب در لحظات $t = ۳s$ ، $t = ۱۱s$ ، $t = ۱۵s$ به علت ثابت بودن سرعت، برابر صفر است.

$$t = ۸s \Rightarrow a = \frac{۱۵\left(\frac{m}{s}\right) - ۵\left(\frac{m}{s}\right)}{۱۰s - ۵s} = ۲\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$ب) a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{۱۵\left(\frac{m}{s}\right) - ۵\left(\frac{m}{s}\right)}{۲۰s - ۰s} = ۰/۵\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$پ) \left. \begin{matrix} t_1 = ۵s \\ t_2 = ۱۱s \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta x = s_1 + s_2 = \frac{\left(۵\frac{m}{s} + ۱۵\frac{m}{s}\right) \times ۵s}{۲} + ۱s \times ۱۵\frac{m}{s} = ۶۵m$$

$$\left. \begin{matrix} t_1 = ۱۱s \\ t_2 = ۲۰s \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta x = s_2 = ۹s \times ۱۵\frac{m}{s} = ۱۳۵m$$

$$ت) \left. \begin{matrix} t_1 = ۵s \\ t_2 = ۱۱s \end{matrix} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۵m}{۱۱s - ۵s} = ۱۰/۸\frac{m}{s}$$

$$\left. \begin{matrix} t_1 = ۱۱s \\ t_2 = ۲۰s \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} t_1 = ۵s \\ t_2 = ۱۱s \end{matrix} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۳۵m}{۲۰s - ۱۱s} = ۱۵m$$

۲۳

راننده‌ی خودرویی که با سرعت $\frac{72}{h} \text{ km}$ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز

می‌کند و خودرو پس از طی مسافت 20 m متوقف می‌شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چه قدر است؟

ب) از لحظه‌ی ترمز تا توقف کامل خودرو، چه قدر طول می‌کشد؟

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چه قدر است؟

(جرم خودرو را 1200 kg فرض کنید).

پاسخ: ۱

$$\text{الف)} \quad v_0 = 72 \frac{\text{km}}{h} = 72 \div 3.6 \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - \left(20 \frac{m}{s}\right)^2 = 2a \times 20 \text{ m}$$

$$a = -\frac{400 \text{ m}}{40 \text{ s}^2} = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{ب)} \quad v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -10 \left(\frac{m}{s^2}\right)t + 20 \frac{m}{s} \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

$$\text{پ)} \quad F - f_k = ma \Rightarrow F - f_k = -10 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 1200 \text{ kg} \Rightarrow f_k = 12000 \text{ N}$$

۲۴

برای یک راننده دانستن کل مسافت توقف خودرو اهمیت دارد. همان‌طور که شکل نشان می‌دهد کل مسافت توقف، دو

قسمت دارد؛ مسافت واکنش (مسافتی که خودرو از لحظه‌ی دیدن مانع تا ترمز گرفتن طی می‌کند) و مسافت ترمز

(مسافتی که خودرو از لحظه ترمز کردن تا توقف کامل طی می‌کند).



الف) دو عامل مؤثر در مسافت واکنش را بنویسید.

ب) زمان واکنش راننده‌ای 0.6 s است. در طی این زمان، خودرو مسافت 18 m را طی می‌کند. با فرض ثابت بودن

سرعت در این مدت، اندازه‌ی آن را حساب کنید.

پ) اگر در این سرعت راننده ترمز کند و خودرو پس از 0.5 s متوقف شود، مسافت ترمز و شتاب خودرو را حساب

کنید.

ت) وقتی خودرو ترمز می‌کند، نیروی خالص وارد بر آن چه قدر است؟ جرم خودرو را 1500 kg فرض کنید.

پاسخ: ۱ الف) زمان واکنش و تندی خودرو

$$\text{ب)} \quad \Delta x = vt \Rightarrow 18 \text{ m} = v \times 0.6 \text{ s} \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}$$

$$\text{پ)} \quad x = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)t = \left(\frac{0 + 30 \frac{m}{s}}{2}\right) \times 0.5 \text{ s} \Rightarrow 7.5 \text{ m}$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 30 \frac{m}{s}}{0.5 \text{ s}} \Rightarrow a = -60 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{ت)} \quad F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_{\text{net}} = 1500 \text{ kg} \times -60 \left(\frac{N}{\text{kg}}\right) \Rightarrow F_{\text{net}} = -90000 \text{ N}$$

۲۵ گلوله‌ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از ۴/۰ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمه‌ی راه و همچنین در لحظه‌ی برخورد به زمین چه قدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید.

پاسخ: ۱

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2} \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (4s)^2 = -78/4m$$

$$y_1 = \frac{y}{2} = -39/2m \Rightarrow v_1 = -\sqrt{2gy_1} = -\sqrt{2 \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 39/2m} = -27/2 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$v_2 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2 \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 78/4m} = -39/2 \left(\frac{m}{s} \right)$$

۲۶ الف) گلوله‌ی A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد گلوله‌ی B را از ارتفاع $\frac{h}{4}$ و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلوله‌ی A به سرعت گلوله‌ی B در لحظه‌ی رسیدن به زمین چه قدر است؟

ب) اگر دو گلوله هم‌زمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

پاسخ: ۱

الف) $\frac{V_A}{V_B} = \frac{\sqrt{2gy}}{\sqrt{2g\frac{y}{4}}} = 2$

ب) $\left. \begin{aligned} y_A &= \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t_A=t} y_A = \frac{1}{2}gt^2 \\ y_B &= \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t_B=t-3} y_B = \frac{1}{2}g(t-3)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = 4 \times \frac{1}{2}g(t-3)^2$

$$t_A = t = 6s, t_B = 3s$$

$$h_A = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (6s)^2 = 176/4m$$

۲۷ سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود. الف) اگر سنگ در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چه قدر است؟

پاسخ: ۱

الف) $\Delta y = y_1 - y_2 \Rightarrow -60m = -\frac{1}{2}gt^2 - \left(-\frac{1}{2}g(t-2s)^2 \right)$

$$-60m = -\frac{1}{2} \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) t^2 - \left(-\frac{1}{2} \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) (t-2s)^2 \right)$$

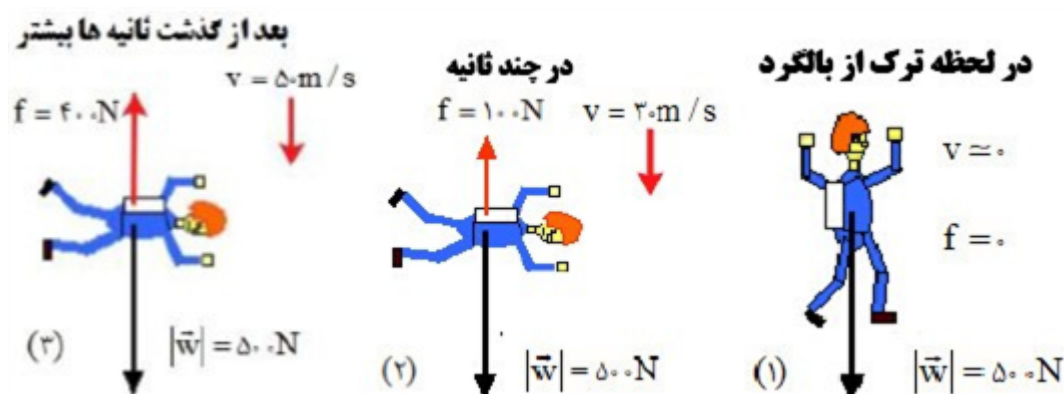
$$\Rightarrow -12s^2 = -4/9t^2 + 4/9t^2 - 2 \times 2(s)t - 4s^2 \Rightarrow t = 4/06s$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2} \times 9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (4/06s)^2 = -80/76m$$

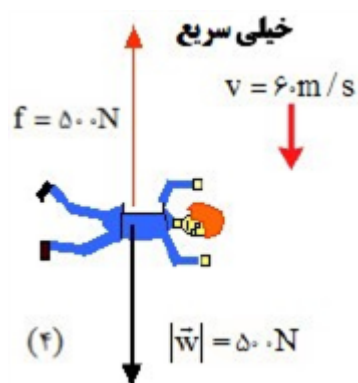
ب) $v = -gt = -9/8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 4/06s = -39/79 \frac{m}{s}$

چتربازی از یک بالگرد تقریباً ساکن که در ارتفاع نسبتاً زیادی قرار دارد، به بیرون می‌پرد و پس از مدتی چتر خود را باز می‌کند و در امتداد قائم سقوط می‌کند. حرکت چتر باز را از لحظه‌ی پرش تا رسیدن به زمین تحلیل کنید و نموداری تقریبی از تندی آن برحسب زمان رسم کنید.

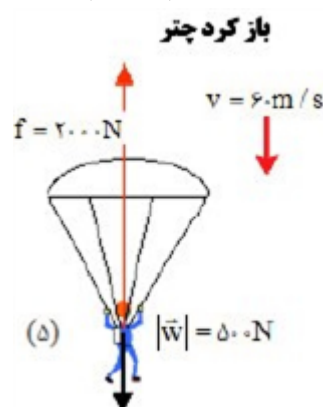
پاسخ: ۱ فرض می‌کنیم شخصی به وزن 500 N از بالگرد به بیرون می‌پرد. بعد از پریدن چتر باز، سرعت اولیه‌ی آن بسیار ناچیز است و تندی و مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (جهت حرکت مثبت در نظر گرفته شده است.)



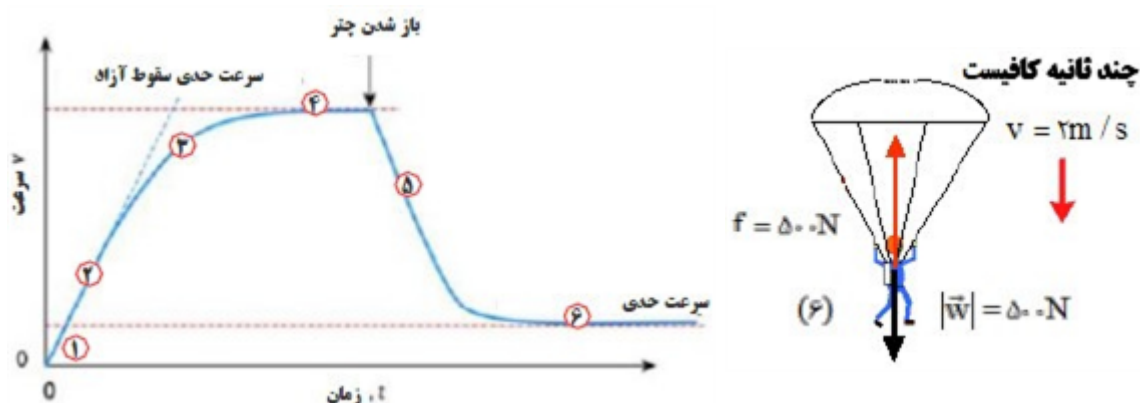
پس از مدتی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شده و نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر می‌شود و چتر باز با تندی ثابتی به طرف زمین حرکت می‌کند.



در این حالت چتر باز چتر را باز می‌کند که باعث افزایش نیروی مقاومت هوا خواهد شد.



در نهایت نیروی مقاومت کاهش یافته و برابر سرعت وزن خواهد شد و جسم با تندی کمتر به زمین می‌رسد.

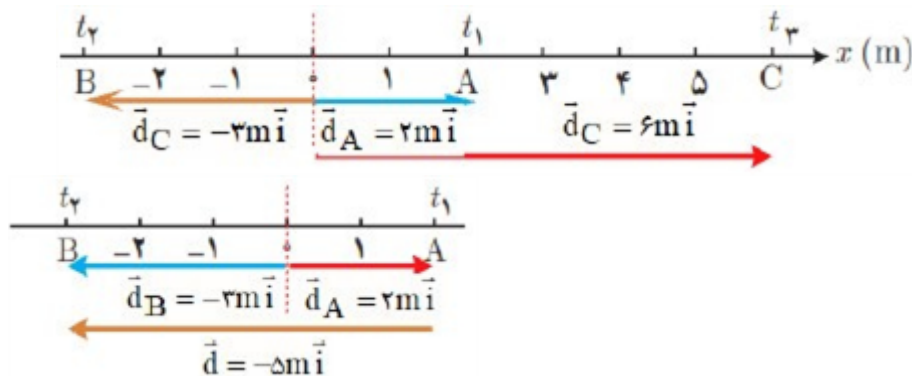


$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{88 \text{ km}}{\frac{2}{3} h} = 66 \frac{\text{km}}{h} \quad \text{الف) ۱}$$

$$V_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\frac{2}{3} h} = 45 \frac{\text{km}}{h}$$

ب) سرعت متوسط یک کمیت برداری است و تابع مسیر حرکت نیست. در صورتی که تندی متوسط یک کمیت اسکالر و یا نرده‌ای است و به مسیر طی شده توسط متحرک بستگی دارد.

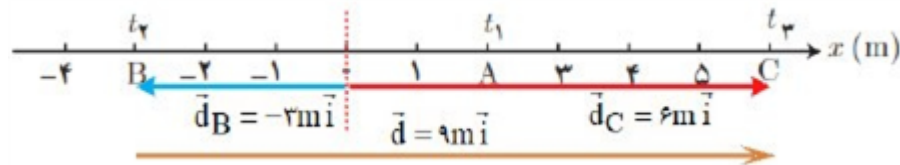
پ) اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط با هم برابر است که اندازه جابه‌جایی تقریباً با مسافت طی شده برابر باشد. اگر در شکل مسیر طی شده قوس کمتری داشته باشد، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط تقریباً با هم برابرند.



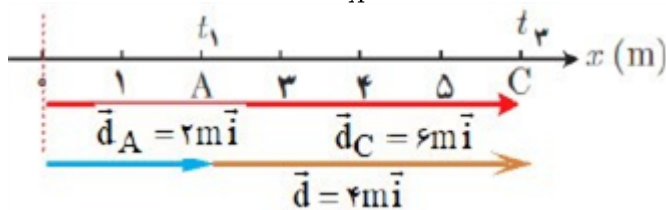
الف) ۲

$$b) \quad t_2 - t_1 : \vec{d} = \vec{d}_B - \vec{d}_A = -3m \vec{i} - 2m \vec{i} = -5m \vec{i}$$

$$t_2 - t_2 : \vec{d} = \vec{d}_C - \vec{d}_B = 6m \vec{i} - (-3m) \vec{i} = 9m \vec{i}$$



$$t_2 - t_1 : \vec{d} = \vec{d}_C - \vec{d}_A = 6m \vec{i} - 2m \vec{i} = 4m \vec{i}$$



الف) شیب خط متحرک C بیش‌تر از شیب خط متحرک A و شیب خط متحرک B، موازی با محور زمان است. در نتیجه:

$$a_C > a_A > a_B$$

$$b) \quad \text{شیب خط متحرک A} \quad a_A = \frac{10 \frac{m}{s} - 0}{10s - 0} = 1 \frac{m}{s^2}$$

$$c) \quad \text{شیب خط متحرک C} \quad a_C = \frac{20 \frac{m}{s} - 0}{10s - 0} = 2 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{شیب خط متحرک B} \quad a_B = \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0$$

$$d) \quad \Delta X_A = v_{av} \Delta t = 5 \frac{m}{s} \times 10s = 50m \quad \text{ج)$$

$$\Delta X_B = v_{av} \Delta t = 20 \frac{m}{s} \times 10s = 200m$$

$$\Delta X_C = v_{av} \Delta t = 10 \frac{m}{s} \times 10s = 100m$$

$$\text{الف) } a_{AB} = a_{av} = \frac{V_B - V_A}{t_B - t_A} = \frac{\frac{m}{s} - \cdot}{\Delta s - \cdot} = \cdot / \Delta \frac{m}{s}$$

٤

$$a_{CB} = a_{av} = \frac{V_C - V_B}{t_C - t_B} = \frac{\frac{m}{s} - \frac{m}{s}}{\frac{m}{s} - \Delta s} = \cdot \frac{m}{s}$$

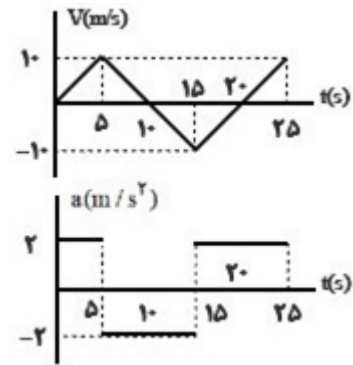
$$a_{DC} = a_{av} = \frac{V_D - V_C}{t_D - t_C} = \frac{\frac{m}{s} - \frac{m}{s}}{\frac{m}{s} - \frac{m}{s}} = \cdot / \frac{m}{s}$$

$$\text{ب) } a_{av} = \frac{V_D - V_A}{t_D - t_A} = \frac{\frac{m}{s} - \cdot}{\frac{m}{s} - \cdot} = \cdot / \frac{m}{s}$$

$$\text{ج) } \Delta X = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3$$

$$\Delta X = v_{av1} \Delta t_{AB} + v_{av2} \Delta t_{BC} + v_{av3} \Delta t_{CD}$$

$$\Delta X = \Delta s \times \frac{m}{s} + \frac{m}{s} \times \frac{m}{s} + \frac{m}{s} \times \Delta s = \cdot \frac{m}{s}$$



$$\text{الف) } a_1 = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{m}{s} - \cdot}{\Delta s - \cdot} = \frac{m}{s}$$

$$a_2 = \frac{V_3 - V_2}{t_3 - t_2} = \frac{-\frac{m}{s} - \frac{m}{s}}{\Delta s - \Delta s} = -\frac{m}{s}$$

$$a_3 = \frac{V_4 - V_3}{t_4 - t_3} = \frac{-\frac{m}{s} - \frac{m}{s}}{\frac{m}{s} - \Delta s} = \frac{m}{s}$$

٥

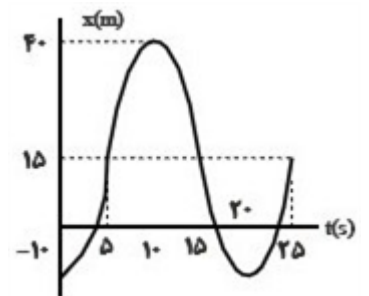
$$x_1 = \left(\cdot + \cdot \frac{m}{s} \right) \Delta s - \cdot m = \Delta m \quad \text{ب)}$$

$$x_2 = \left(\frac{\cdot + \cdot \frac{m}{s}}{2} \right) \Delta s + \Delta m = \frac{m}{2}$$

$$x_3 = \left(\frac{\cdot - \cdot \frac{m}{s}}{2} \right) \Delta s + \frac{m}{2} = \Delta m$$

$$x_4 = \left(\frac{\cdot - \cdot \frac{m}{s}}{2} \right) \Delta s + \Delta m = -\frac{m}{2}$$

$$x_5 = \left(\frac{\cdot + \cdot \frac{m}{s}}{2} \right) \Delta s - \cdot m = \Delta m$$



الف) در بازه زمانی صفر تا ۲۵۰ s دونده سریع‌تر دویده. شیب خط در بازه زمانی صفر تا ۲۵۰ s بیش‌تر از شیب خط در بازه زمانی ۵۰۰ s تا ۱۰۰۰ s می‌باشد.

$$V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۱۰۰۰ - ۱۰۰۰)m}{۲۵۰s} = ۰ \frac{m}{s}$$

ب) در بازه زمانی ۲۵۰ s تا ۵۰۰ s دونده ایستاده.

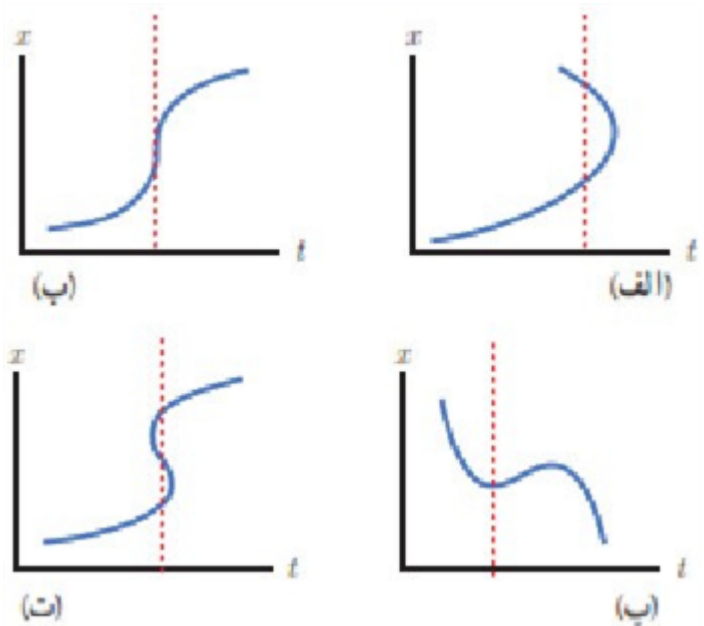
$$\text{پ) } V_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰۰۰m}{۲۵۰s} = ۴ \frac{m}{s}$$

$$\text{ت) } V_r = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۲۵۰۰ - ۱۰۰۰)m}{۵۰۰s} = ۳ \frac{m}{s}$$

$$\text{ث) } V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(۲۵۰۰ - ۰)m}{۱۰۰۰s} = ۲/۵ \frac{m}{s}$$

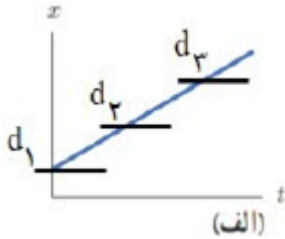
نمودار پ

در شکل‌های الف، ب و ت نشان می‌دهد که یک لحظه متحرک در دو مکان است و در شکل ب برای یک لحظه، جابه‌جایی رخ داده است.



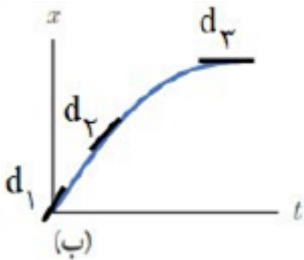
برای این که متحرک از حال سکون حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ موازی با محور زمان باشد که تنها در شکل پ و ت در لحظه‌ی $t = 0$ رخ می‌دهد.

برای این که بر تندی متحرک افزوده شود باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ در حال افزایش باشد. بر نمودار $x - t$ موازی با محور زمان باید در حال افزایش باشد.

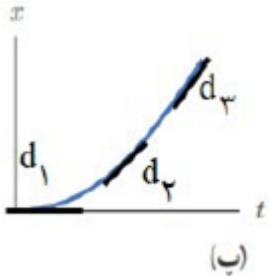


شیب خط در نمودار «الف» ثابت است. در نتیجه سرعت ثابت است.

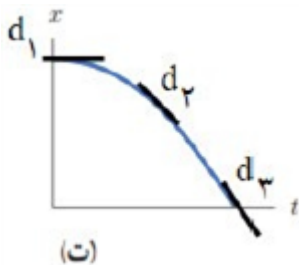
شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t = 0$ با محور داری مقدار می‌باشد. این شیب رفته رفته کم شده تا موازی با محور زمان می‌رسد. در نتیجه در لحظه‌ی $t = 0$ دارای تندی است و با گذشت زمان کم و صفر می‌شود.



شیب خط مماس بر نمودار «پ» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار تندی صفر است، که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد.



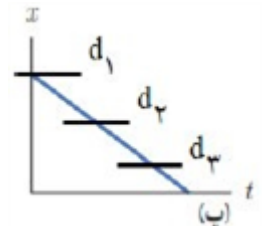
شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است. که با گذشت زمان شیب خط منفی و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد.



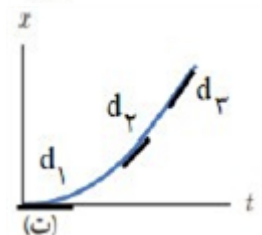
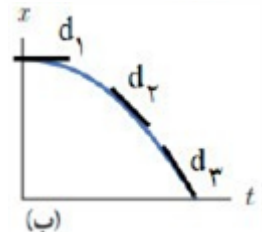
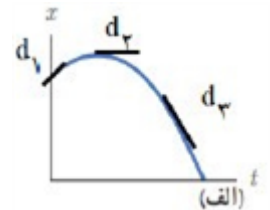
برای این که متحرک با سرعت اولیه در جهت محور x حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ مثبت باشد. و برای این که شتاب در خلاف جهت محور x باشد می بایست شیب مماس در هر لحظه در حال کاهش یا شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ ، منفی و در حال افزایش باشد. گزینه ی الف درست است.

شیب خط مماس بر نمودار «الف» در لحظه $t = 0$ مثبت است. لذا دارای سرعت اولیه در جهت محور x می باشد. سرعت آن افزایش می یابد. شیب خط ابتدا مثبت و با گذشت زمان در جهت مثبت محور x در حال کاهش می باشد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x است. سپس شیب خط منفی و در حال افزایش می باشد به عبارتی سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می یابد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می باشد. شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و سرعت اولیه صفر می باشد. سپس شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ منفی و در حال افزایش می باشد، در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می باشد.

شیب خط در نمودار «پ» ثابت و منفی است. در نتیجه سرعت ثابت است و شتاب صفر است.



شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه ی $t = 0$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می یابد و شتاب در جهت محور x خواهد بود.

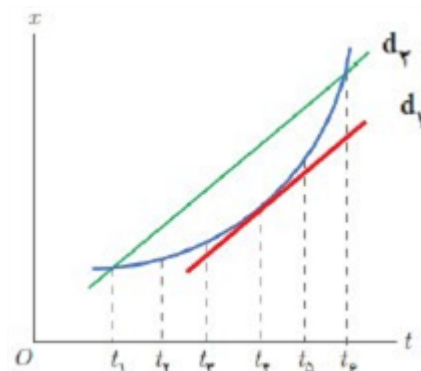


۱۰

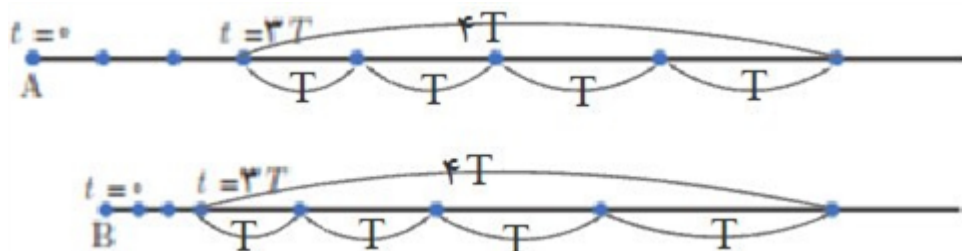
الف) در لحظه‌ی t_1 و t_2 از کنار یکدیگر می‌گذرند.

ب) در لحظه‌ی t_2 که شیب برابر دارند تندی دو خودرو یکسان است.

پ) در بازه‌ی t_1 و t_2 سرعت متوسط دو خودرو به علت داشتن شیب برابر، مساویند.



۱۱



الف) سرعت اولیه خودروی A بیش‌تر است.

در بازه زمانی برابر، جابه‌جایی بیش‌تری را متحرک A طی کرده است.

ب) سرعت نهایی خودرو B بیش‌تر است.

جابه‌جایی متحرک B در زمان برابر بیش‌تر از متحرک A می‌باشد. از آنجایی که سرعت متحرک B در لحظه‌ی $3T$ کم‌تر از متحرک A در این لحظه است. در نتیجه متحرک B سرعت نهایی بیش‌تری دارد.

پ) شتاب خودروی B بیش‌تر از شتاب خودرو A است.

تغییرات سرعت متحرک B در بازه $4T$ بیش‌تر از تغییرات سرعت متحرک A در این بازه زمانی است در نتیجه شتاب متحرک B بیش‌تر از A است.

۱۲

$$x = t^2 - 2t + 4$$

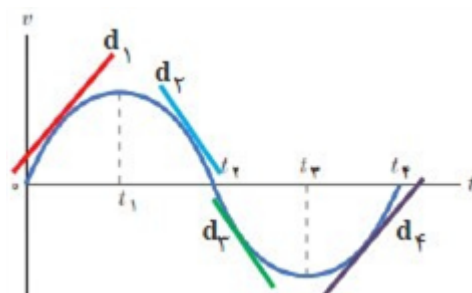
الف) $t = 0 \Rightarrow x_1 = 4m$

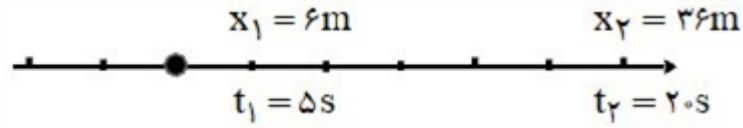
$t = 2s \Rightarrow x_2 = 0m - 4m + 4m = 0$

ب) $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - 4m}{2s - 0} = -2 \frac{m}{s}$

۱۳

در بازه زمانی $(0 \text{ تا } t_1)$ و $(t_2 \text{ تا } t_3)$ شیب خط d_1 و d_2 نمودار $v - t$ ، مثبت است در نتیجه بردار شتاب در جهت محور x است و در بازه زمانی $(t_1 \text{ تا } t_2)$ و $(t_2 \text{ تا } t_3)$ شیب d_1 و d_2 نمودار $v - t$ ، منفی است. در نتیجه بردار شتاب در خلاف جهت محور x است.

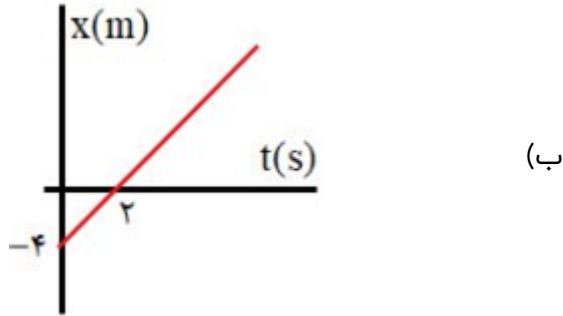




$$v_{21} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{36m - 6m}{20s - 5s} = 2 \frac{m}{s}$$

$$v_{21} = v_{12} = \frac{x_1 - x_2}{t_1 - t_2} \Rightarrow 2 \frac{m}{s} = \frac{6m - 36m}{5s - 20s} \Rightarrow x_2 = -10m + 6m = -4m$$

$$x = vt + x_1 \Rightarrow x = 2 \left(\frac{m}{s} \right) t - 4m$$



الف

$$d = \frac{\Delta t_1 = 4s}{(10m - 5m)} + \frac{\Delta t_2 = 4s}{(10m - 10m)} + \frac{\Delta t_3 = 2s}{(0m - 10m)} = -5m$$

$$s = \left| \frac{\Delta t_1 = 4s}{(10m - 5m)} \right| + \left| \frac{\Delta t_2 = 4s}{(10m - 10m)} \right| + \left| \frac{\Delta t_3 = 2s}{(0m - 10m)} \right| = 15m$$

ب

$$v_{1av} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} = \frac{10m - 5m}{4s - 0} = 1/2 \frac{m}{s}$$

$$v_{2av} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t_2} = \frac{10m - 10m}{15s - 4s} = 0 \frac{m}{s}$$

$$v_{3av} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t_3} = \frac{0m - 10m}{10s - 15s} = -2 \frac{m}{s}$$

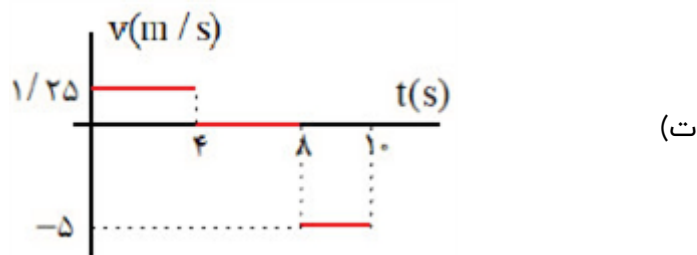
$$v_{4av} = \frac{\Delta x_4}{\Delta t_4} = \frac{0m - 5m}{10s - 0} = -0.5 \frac{m}{s}$$

ج

$$x_1 = v_1 t + x_1 \Rightarrow x_1 = 1/2 \left(\frac{m}{s} \right) t + 5m$$

$$x_2 = v_2 t + x_2 \Rightarrow x_2 = 0 \left(\frac{m}{s} \right) t + 10m = 10m$$

$$x_3 = v_3 t + x_3 \Rightarrow x_3 = -2 \left(\frac{m}{s} \right) t + 10m$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{الف} \end{array} \right) x_B = (m = v_B)t + x_{\cdot B} \Rightarrow x_B = \left(m = \frac{x_{\cdot B} - x_{\cdot B}}{t_{\cdot B} - t_{\cdot B}} \right) t + x_{\cdot B}$$

$$x_B = \left(\frac{\cdot \cdot m - \cdot \cdot m}{\cdot \cdot s - \cdot} \right) t + \cdot \cdot m \Rightarrow x_B = \cdot \Delta \left(\frac{m}{s} \right) t + \cdot \cdot m$$

$$x_A = (m = v_A)t + x_{\cdot A} \Rightarrow x_A = \left(m = \frac{x_{\cdot A} - x_{\cdot A}}{t_{\cdot A} - t_{\cdot A}} \right) t + x_{\cdot A}$$

$$x_A = \left(\frac{\cdot m - (-\cdot \cdot m)}{\cdot \cdot s - \cdot} \right) t - \cdot \cdot m \Rightarrow x_A = \cdot \cdot \left(\frac{m}{s} \right) t = \cdot \cdot m$$

$$\text{ب) } x_A = x_B$$

$$\cdot \cdot \left(\frac{m}{s} \right) t - \cdot \cdot m = \cdot \Delta \left(\frac{m}{s} \right) t + \cdot \cdot m \Rightarrow \cdot \Delta \left(\frac{m}{s} \right) t = \cdot \cdot m \Rightarrow t = \cdot \cdot s$$

$$x_A = \cdot \cdot \left(\frac{m}{s} \right) \times \cdot \cdot s - \cdot \cdot m = \cdot \cdot m$$

$$\Delta t = \frac{\cdot / \cdot \cdot s}{\cdot} = \cdot / \cdot \cdot s$$

سرعت نور $\cdot \times \cdot \cdot \frac{m}{s}$ است.

$$\Delta x = v \Delta t = \cdot \times \cdot \cdot \cdot \left(\frac{m}{s} \right) \times \cdot / \cdot \cdot s = \cdot / \cdot \times \cdot \cdot \cdot m$$

$$a_{\cdot} = \frac{\cdot \cdot \frac{m}{s}}{\cdot \cdot s} = \cdot \frac{m}{s^{\cdot}} \xrightarrow{\Delta t = \Delta s} v_{\cdot} = a_{\cdot} t + v_{\cdot} = \cdot \frac{m}{s^{\cdot}} \times \Delta s = \Delta \frac{m}{s}$$

$$v_{\cdot \text{av}} = \frac{v_{\cdot} + v_{\cdot}}{\cdot} = \frac{\Delta \frac{m}{s} + \cdot}{\cdot} = \cdot / \Delta \frac{m}{s}$$

$$a_{\cdot} = \frac{\cdot - \cdot \cdot \frac{m}{s}}{\cdot \cdot s - \cdot \cdot s} = \frac{-\cdot}{\cdot} \frac{m}{s^{\cdot}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xrightarrow{\Delta t = \Delta s} v_{\cdot} = a_{\cdot} \Delta t + v_{\cdot} = \frac{-\cdot}{\cdot} \frac{m}{s^{\cdot}} \times \Delta s + \cdot \cdot \frac{m}{s} = \Delta \frac{m}{s} \\ v_{\cdot \text{av}} = \frac{v_{\cdot} + v_{\cdot}}{\cdot} = \frac{\Delta \frac{m}{s} + \cdot}{\cdot} = \cdot / \Delta \frac{m}{s} \end{array} \right.$$

$$\frac{V_{\cdot \text{av}}}{V_{\cdot \text{av}}} = \cdot$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{الف} \end{array} \right) v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{m - 0}{3s - 0} = \frac{m}{s}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب} \end{array} \right) v = at + v_0 \Rightarrow t = 3s \Rightarrow 0 = a(3s) + v_0 \Rightarrow v_0 = -a(3s) \quad (1)$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$$

یا

$$t = 3s \Rightarrow m = \frac{1}{2}a(3s)^2 + v_0(3s) + 0 \Rightarrow 3a(s^2) + 3v_0(s) = m \quad (2)$$

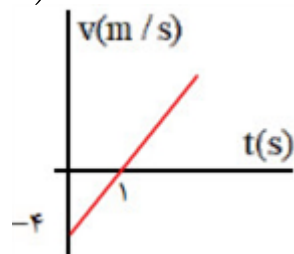
جاگذاری رابطه‌ی ۱ در رابطه‌ی ۲ خواهیم داشت.

$$(1) \& (2) \Rightarrow 3a(s^2) + 3 \times -a(3s)(s) = m \Rightarrow a = \frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = -\frac{m}{s}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}t^2 - \frac{m}{s}t$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{پ} \end{array} \right) v = at + v_0 \Rightarrow v = \left(\frac{m}{s^2}\right)t - \frac{m}{s} \Rightarrow v = \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 3s - \frac{m}{s} = \frac{m}{s}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{ت} \end{array} \right) v = at + v_0 \Rightarrow v = \frac{1}{2}t - \frac{m}{s}$$

$$\begin{cases} v = 0 \Rightarrow t = 3s \\ t = 0 \Rightarrow v = -\frac{m}{s} \end{cases}$$

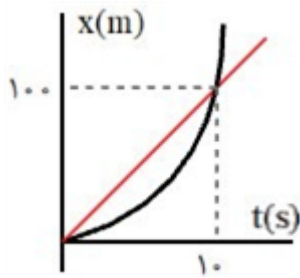
$$\left. \begin{array}{l} \text{الف} \end{array} \right) v_2 - v_1 = a\Delta x \Rightarrow 2\left(\frac{m}{s}\right) - 1\left(\frac{m}{s}\right) = a(1^2m - 0^2m)$$

$$a = 0 / \frac{m}{s^2}$$

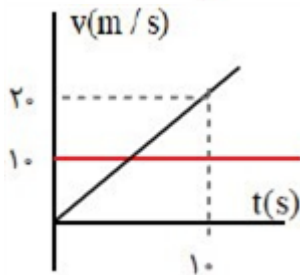
$$\left. \begin{array}{l} \text{ب} \end{array} \right) v_2 = a\Delta t + v_1 \Rightarrow \frac{m}{s} = 0 / \left(\frac{m}{s^2}\right)\Delta t + \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\Delta t = 2s$$

$$\left. \begin{aligned} \text{الف) } \begin{cases} x_1 = \frac{1}{2}at^2 = t^2 \\ x_2 = vt - 10t \end{cases} \Rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow t^2 = 10t \Rightarrow t = 10s \\ x_1 = t^2 = 100m \end{aligned} \right\}$$



(ب)



(پ)

الف) شتاب در لحظات $t = 3s$, $t = 11s$, $t = 15s$ به علت ثابت بودن سرعت، برابر صفر است.

$$t = 8s \Rightarrow a = \frac{15\left(\frac{m}{s}\right) - 5\left(\frac{m}{s}\right)}{10s - 5s} = 2\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\text{ب) } a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow a_{av} = \frac{15\left(\frac{m}{s}\right) - 5\left(\frac{m}{s}\right)}{20s - 5s} = 0.5\left(\frac{m}{s^2}\right)$$

$$\text{پ) } \left. \begin{aligned} t_1 = 5s \\ t_2 = 11s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = s_1 + s_2 = \frac{\left(5\frac{m}{s} + 15\frac{m}{s}\right) \times 5s}{2} + 1s \times 15\frac{m}{s} = 65m$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 11s \\ t_2 = 20s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta x = s_2 = 9s \times 15\frac{m}{s} = 135m$$

$$\text{ت) } \left. \begin{aligned} t_1 = 5s \\ t_2 = 11s \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{65m}{11s - 5s} = 10.83\frac{m}{s}$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 = 11s \\ t_2 = 20s \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} t_1 = 5s \\ t_2 = 11s \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{135m}{20s - 11s} = 15m$$

$$\text{الف) } v_1 = 72 \frac{km}{h} = 72 \div 3.6 \frac{m}{s} = 20 \frac{m}{s}$$

$$v_2 - v_1 = 2a\Delta x \Rightarrow 0.2 - \left(20 \frac{m}{s}\right)^2 = 2a \times 20m$$

$$a = -\frac{400 \frac{m}{s^2}}{40 \frac{m}{s^2}} = -10 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{ب) } v = at + v_1 \Rightarrow 0 = -10 \left(\frac{m}{s^2}\right)t + 20 \frac{m}{s} \Rightarrow t = 2s$$

$$\text{پ) } F - f_k = ma \Rightarrow \cancel{F} - f_k = -10 \left(\frac{m}{s^2}\right) \times 1200 \text{ kg} \Rightarrow f_k = 12000 N$$

$$ب) \Delta x = vt \Rightarrow 18m = v \times 0.7s \Rightarrow v = 25.7 \frac{m}{s}$$

$$ب) x = \left(\frac{v + v_0}{2} \right) t = \left(\frac{0 + 25.7 \frac{m}{s}}{2} \right) \times 0.7s \Rightarrow 90m$$

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - 25.7 \frac{m}{s}}{0.7s} \Rightarrow a = -36.7 \frac{m}{s^2}$$

$$ت) F_{net} = ma \Rightarrow F_{net} = 1500 \text{ kg} \times -36.7 \left(\frac{N}{kg} \right) \Rightarrow F_{net} = -55050 N$$

$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (2s)^2 = -19.6m$$

$$y_1 = \frac{y}{2} = -9.8/2m \Rightarrow v_1 = -\sqrt{2gy_1} = -\sqrt{2 \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 9.8/2} = -9.8/2 \left(\frac{m}{s} \right)$$

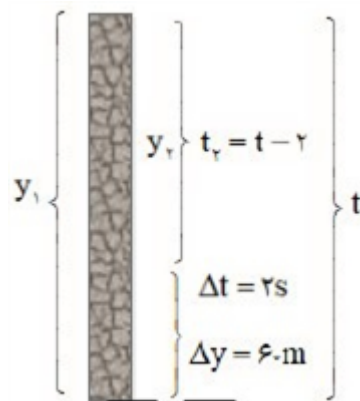
$$v_2 = \sqrt{2gy_2} = \sqrt{2 \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 19.6/2} = -19.6/2 \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$الف) \frac{V_A}{V_B} = \frac{\sqrt{2gy}}{\sqrt{2g\frac{y}{2}}} = 2$$

$$ب) \left. \begin{aligned} y_A &= \frac{1}{2}gt_A^2 \xrightarrow{t_A=t} y_A = \frac{1}{2}gt^2 \\ y_B &= \frac{1}{2}gt_B^2 \xrightarrow{t_B=t-2} y_B = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 = 2 \times \frac{1}{2}g(t-2)^2$$

$$t_A = t = 2s, t_B = 2s$$

$$h_A = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (2s)^2 = 19.6/2m$$



$$الف) \Delta y = y_1 - y_2 \Rightarrow -1.8m = -\frac{1}{2}gt^2 - \left(-\frac{1}{2}g(t-2)^2 \right)$$

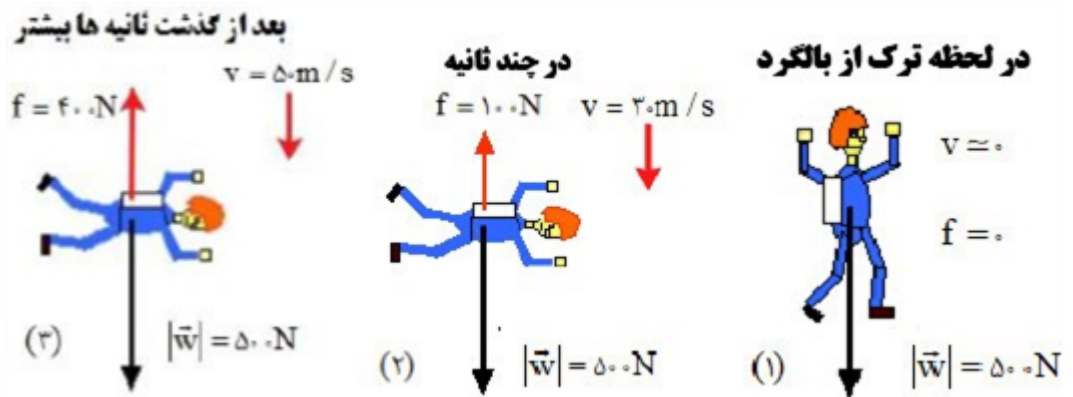
$$-1.8m = -\frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) t^2 - \left(-\frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) (t-2)^2 \right)$$

$$\Rightarrow -1.8s^2 = -4.9t^2 + 4.9t^2 - 2 \times 2(s)t - 4s^2 \Rightarrow t = 4/0.5s$$

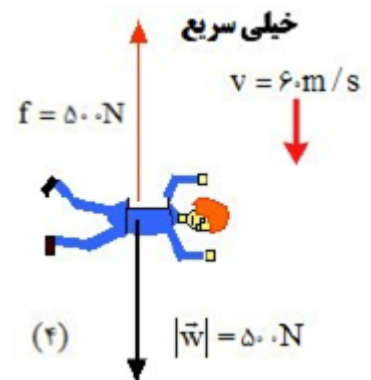
$$y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2} \times 9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times (4/0.5s)^2 = -156.8/0.5m$$

$$ب) v = -gt = -9.8 \left(\frac{m}{s^2} \right) \times 4/0.5s = -78.4/0.5 \frac{m}{s}$$

فرض می‌کنیم شخصی به وزن 500 N از بالگرد به بیرون می‌پرد. بعد از پریدن چتر باز، سرعت اولیه‌ی آن بسیار ناچیز است و تندی و مقاومت هوا افزایش می‌یابد. (جهت حرکت مثبت در نظر گرفته شده است.)

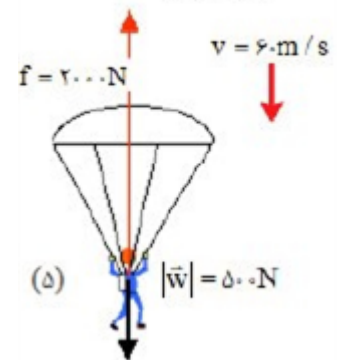


پس از مدتی مقاومت هوا با وزن چتر باز برابر شده و نیروی خالص وارد بر چتر باز صفر می‌شود و چتر باز با تندی ثابتی به طرف زمین حرکت می‌کند.



در این حالت چتر باز چتر را باز می‌کند که باعث افزایش نیروی مقاومت هوا خواهد شد.

باز کرد چتر



در نهایت نیروی مقاومت کاهش یافته و برابر سرعت وزن خواهد شد و جسم با تندی کم‌تر به زمین می‌رسد.

