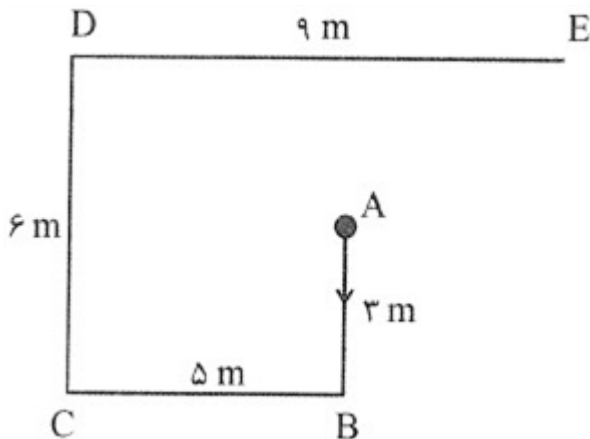


نام دبیر : مهدی باباخانی

عنوان آزمون : جابجایی مسافت بردار مکان

نام درس : فیزیک

۱) موتورسواری از مبدأ A شروع به حرکت می‌کند تا به مقصد E برسد. نسبت مسافت پیموده شده به جابجایی انجام شده، کدام است؟



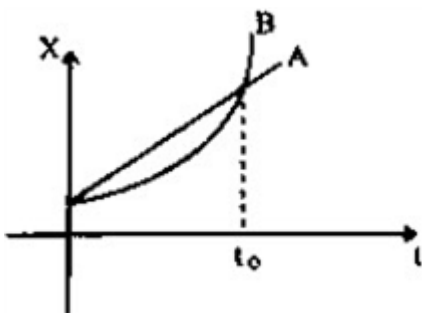
۳/۸۳ (۴)

۴/۶ (۳)

۵ (۲)

۵/۷۵ (۱)

۲) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند به صورت مقابل است. کدام گزینه درباره مقایسه جابجایی d و مسافت l این دو متحرک از ابتدای حرکت تا لحظه t، درست است؟



$l_A = l_B, d_A = d_B$ (۴) $l_A = l_B, d_A < d_B$ (۳) $l_A < l_B, d_A = d_B$ (۲) $l_A < l_B, d_A < d_B$ (۱)

۳) توپی از ارتفاع ۸ متری سطح زمین رها می‌شود و پس از هر بار برخورد با سطح زمین نصف ارتفاع قبل بالا می‌رود. از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که برای آخرین بار اندازه جابجایی توپ از مکان اولیه ۶ متر می‌شود. مسافت طی شده توپ چند متر است؟

۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۴ متحرکی مطابق شکل زیر، روی محور x از نقطه O (مبدأ محور) به نقطه A رفته و سپس به نقطه B برگشته است. در این مدت، جابه‌جایی متحرک در SI و بردار مکان متحرک



۱ $\vec{i}^8$ ، یک بار تغییر جهت داده است. ۲ $-\vec{i}^7$ ، یک بار تغییر جهت داده است.

۳ $\vec{i}^8$ ، تغییر جهت نداده است. ۴ $-\vec{i}^7$ ، تغییر جهت نداده است.

۵ متحرکی روی محور x بدون تغییر جهت از مکان $x_1 = -4m$ به مکان $x_2 = +6/5m$ می‌رود. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد حرکت این متحرک درست است؟
الف) همواره بردار جابه‌جایی هم‌جهت با بردار مکان است.
ب) بردار مکان متحرک همواره مثبت است.
پ) مسافت طی شده و اندازه جابه‌جایی برابرند.

۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

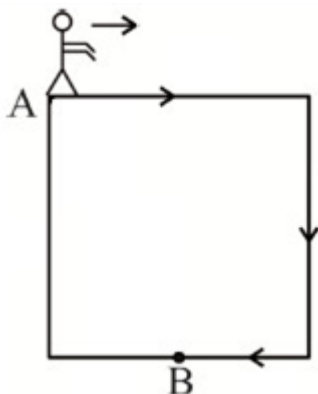
۶ متحرکی در لحظه t_1 از مکان $x_1 = +5m$ در جهت منفی محور x ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظه t_2 در مکان $x_2 = -10m$ متوقف می‌شود. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 مسافت طی شده توسط متحرک، $2/4$ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک بار تغییر کرده است.)

۱ $20/5$ ۲ ۱۹ ۳ $25/5$ ۴ ۱۸

۷ معادله حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $x = 3t - 4$ می‌باشد، اندازه جابه‌جایی این متحرک در دو ثانیه پنجم حرکت چند برابر مسافت طی شده در ثانیه ششم حرکت است؟

۱ ۱ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ $1/5$

۸ شخصی بر روی مسیر مربع شکل زیر از نقطه A تا نقطه B را در جهت نشان داده شده می‌پیماید. مسافت طی شده توسط شخص چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟ (نقطه B وسط ضلع مربع است.)



۱ $\sqrt{3}$ ۲ $2\sqrt{3}$ ۳ $\sqrt{5}$ ۴ $2\sqrt{5}$

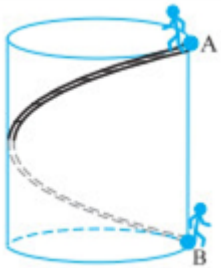
۹ معادله مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x ها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^2 - 10t + 24$ است. چند ثانیه بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور x ها است؟

۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۵

۱۰ متحرکی در ۵ مرحله در داخل یک صفحه از نقطه A به B می‌رسد. این متحرک در مرحله اول $40m$ به سمت شمال حرکت کرده، سپس $110m$ به سمت شرق می‌رود و پس از آن $170m$ به جنوب می‌رود، در مرحله چهارم $60m$ به طرف غرب حرکت می‌کند و در نهایت $10m$ به سمت شمال حرکت می‌کند و به مقصد می‌رسد. نسبت اندازه جابه‌جایی این متحرک به مسافت طی شده توسط این متحرک در همین مسیر کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad \boxed{1}$$

۱۱) مطابق شکل به دور سطح جانبی ی مخزن نفت استوانه‌ای شکل، یک پله‌ی مارپیچی با کوتاه‌ترین طول ممکن ساخته شده است. فردی از نقطه‌ی A بالای مهزن از طریق پله به نقطه‌ی B (پای مخزن) می‌رود، در این صورت نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی فرد از A تا B کدام است؟ (قطر مخزن استوانه‌ای برابر با ارتفاع آن است).



1 1

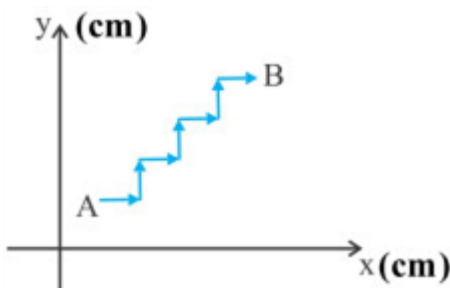
۱۲) ذره‌ای بر روی خط راست از مکان $\vec{r}_A = (۲m)\vec{i} + (۱m)\vec{j}$ به مکان $\vec{r}_B = (-۲m)\vec{i} + (۱m)\vec{j}$ در یک جهت می‌رود و سپس در یک مسیر مستقیم دیگر از مکان $\vec{r}_B$ بدون تغییر جهت به مکان $\vec{r}_C = (-۲m)\vec{i} + (-۲m)\vec{j}$ جابه‌جا می‌شود. در جابه‌جایی از مکان $\vec{r}_A$ تا مکان $\vec{r}_C$ ، مسافت طی شده چند برابر اندازه جابه‌جایی است؟

1 / 2 1

۱۳) معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = (t - ۱)(t + ۲)(-۲t + ۸)$ است. بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟

2 1

۱۴ مسیر حرکت نوعی مورچه از نقطه A تا نقطه B به صورت زیر داده شده است. اگر این مورچه ۷ مسیر یک سانتی‌متری را در جهت‌های نمایش داده شده طی کند، مسافت طی شده و بزرگی جابه‌جایی‌اش از A تا B به ترتیب چند سانتی‌متر است؟



Y g 5 1

۱۵ متحرکی در لحظه t_1 از مکان $x_1 = +5m$ در جهت منفی محور x ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظه t_2 در مکان $x_2 = -10m$ متوقف می‌شود. اگر در بازه زمانی t_1 تا t_2 مسافت طی شده توسط متحرک، $2/4$ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک‌بار تغییر کرده است.)

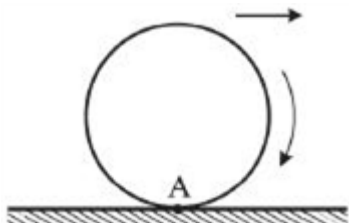
۱۸ (۴)

۲۵/۵ (۳)

۱۹ (۲)

۲۰/۵ (۱)

۱۶ حلقه‌ای به قطر 20 cm در اثر چرخش مطابق شکل، بدون لغزش روی زمین به سمت راست حرکت می‌کند و نقطه A روی سطح زمین قرار دارد. اگر هر دور چرخش حلقه 5 s طول بکشد، سرعت متوسط حرکت نقطه A از حلقه در نصف دور چرخش حلقه چند $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است؟ ($\pi \cong 3$)



۱۰ (۴)

۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۱۷ چه تعداد از عبارتهای زیر نادریست است؟ (توجه کنید که امتداد حرکت جسم مشخص نیست، مگر این‌که بیان شده باشد.)

الف) هنگامی که متحرکی تغییر جهت می‌دهد، الزاماً در لحظه‌ی تغییر جهت، سرعت آن صفر شده است.

ب) اگر سرعت متحرکی صفر شود، الزاماً شتاب آن در لحظه‌ی صفر شدن سرعت، صفر می‌شود.

ج) در حرکت روی محور x ، هنگامی که بردار سرعت تغییر جهت دهد، الزاماً بردار مکان در همان لحظه هم تغییر جهت خواهد داد.

د) در حرکت یک جسم ممکن است جابه‌جایی صفر شود، اما مسافت طی‌شده توسط آن جسم، در همان بازه‌ی زمانی صفر نشود.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۸ کدامیک از معادله‌های مکان-زمان زیر مربوط به حرکت روی خط راست است؟

۱ $x = 0/2 \cos(\pi t)$ (۲) $x = 2t + 1$ (۳) $x = t^3 - 6t + 1$ (۴) همه موارد

۱۹ متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B می‌پیماید. بردار مکان این متحرک چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه‌جایی متحرک در چه جهتی است؟



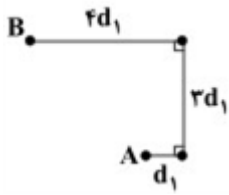
۲ بار - در جهت محور x ها (۲)

۱ بار - در جهت محور x ها (۱)

۲ بار - در خلاف جهت محور x ها (۴)

۱ بار - در خلاف جهت محور x ها (۳)

۲۰) شخصی روی مسیر نشان داده شده در شکل، مسافت‌های d_1 ، $3d_1$ و $4d_1$ را از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B طی می‌کند. اگر اندازه‌ی بردار جابه‌جایی در کل مسیر $30\sqrt{2}\text{m}$ باشد، مسافت طی شده توسط شخص چند متر است؟



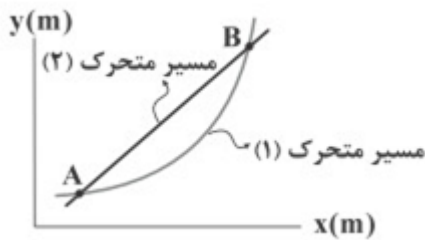
۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۲۱) شکل زیر، مسیر حرکت دو متحرک ۱ و ۲ را در صفحه‌ی مختصات نشان می‌دهد که در یک بازه‌ی زمانی یکسان، هر دو متحرک از A به B رسیده‌اند. در این بازه‌ی زمانی، در کدام گزینه مقایسه‌ی اندازه‌ی سرعت متوسط و تندی متوسط این دو متحرک صحیح است؟



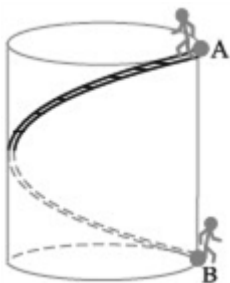
$v_{av1} = v_{av2}, s_{av1} = s_{av2}$ (۲)

$v_{av1} = v_{av2}, s_{av1} > s_{av2}$ (۱)

$v_{av1} = v_{av2}, s_{av1} < s_{av2}$ (۴)

$v_{av1} > v_{av2}, s_{av1} > s_{av2}$ (۳)

۲۲) مطابق شکل به دور سطح جانبی یک مخزن نفت استوانه‌ای شکل، یک پله‌ی مارپیچی با کوتاه‌ترین طول ممکن ساخته شده است فردی از نقطه‌ی A (بالای مخزن) از طریق پله به نقطه‌ی B (پایین مخزن) می‌رود، در این صورت نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی فرد از A تا B کدام است؟ (قطر استوانه با ارتفاع برابر است)



$\sqrt{2}$ (۲)

۱ (۱)

$\sqrt{1 + \pi^2}$ (۴)

$\sqrt{1 + 4\pi^2}$ (۳)

۲۳) برای متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟
 الف) اندازه‌ی بردار مکان به مبدأ مختصات وابسته است.
 ب) اندازه‌ی بردار جابه‌جایی به مبدأ مختصات وابسته نیست.
 ج) اگر جهت حرکت جسمی تغییر کند، جهت بردار مکان آن الزاماً تغییر نمی‌کند.
 د) در حرکت روی خط راست همواره بردارهای مکان و جابه‌جایی بین دو لحظه هم‌جهت‌اند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۲۴) معادله‌ی مکان - زمان حرکت متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = t^2 - 6t + 9$ است. در حین حرکت این متحرک بردار مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

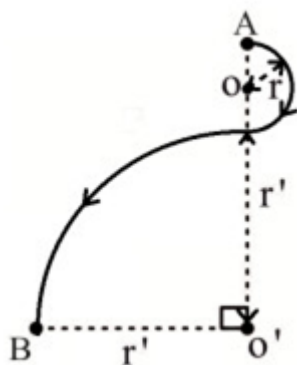
۱) ۱ بار

۲) ۲ بار

۳) ۳ بار

۴) بردار مکان متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۲۵) متحرکی روی یک سطح افقی، مسیری مطابق شکل که یک نیم‌دایره به شعاع $r = 6\text{ m}$ و یک ربع $\left(\frac{1}{4}\right)$ دایره به شعاع $r' = 36\text{ m}$ است را از نقطه A تا نقطه‌ی B طی می‌کند. تندی متوسط این متحرک چند برابر سرعت متوسط آن است؟ ($\pi \approx 3$)



۱) $\frac{6}{5}$

۲) $\frac{21}{20}$

۳) $\frac{4}{3}$

۴) $\frac{3}{4}$

۲۶) چند گزینه‌ی درست در گزینه‌های زیر وجود دارد؟
 الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار مکان در آن لحظه نامیده می‌شود.
 ب) اگر در حرکتی مقدار سرعت تغییر نکند، تندی متوسط و سرعت متوسط برابرند.
 ج) سرعت متوسط بین دو لحظه، برابر با شیب پاره‌خطی است که در نمودار مکان - زمان بین آن دو نقطه رسم می‌شود.
 د) ممکن است سرعت متحرکی منفی باشد ولی حرکت آن تندشونده باشد.

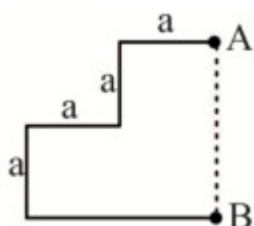
۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۲۷) متحرکی در یک صفحه افقی، جابه‌جایی‌هایی عمود بر هم مقابل را از A تا B طی می‌کند. نسبت جابه‌جایی به مسافت طی شده توسط متحرک در حرکت از A تا B کدام است؟



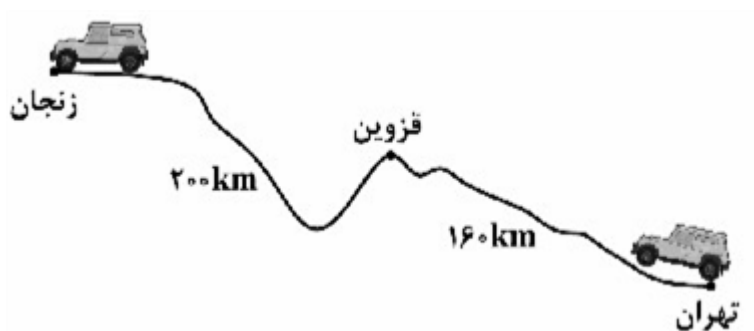
۱) ۱

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{1}{\sqrt{2} + 1}$

۴) $\frac{1}{4}$

۲۸ فاصله‌ی جاده‌ای تهران تا قزوین ۱۶۰ km و فاصله جاده ای قزوین تا زنجان ۲۰۰ km است. خودرویی این مسافت‌ها را مطابق مسیرهای نشان داده‌شده در شکل زیر طی می‌کند. اگر مسیر تهران - قزوین را در مدت ۲ ساعت و مسیر قزوین - زنجان را در مدت ۳ ساعت طی کند، کدامیک از گزینه‌ها زیر در مورد این خودرو در مسافت از تهران تا زنجان درست است؟



- ۱ سرعت متوسط خودرو $\frac{40}{h}$ km است.
- ۲ سرعت متوسط خودرو $\frac{72}{h}$ km است.
- ۳ تندی متوسط خودرو $\frac{40}{h}$ km است.
- ۴ تندی متوسط خودرو $\frac{72}{h}$ km است.

۲۹ در کدام گزینه، بزرگی جابه‌جایی متحرک مساوی با مسافت طی شده توسط آن است؟

- ۱ حرکت دایره‌ای باشد.
- ۲ جهت حرکت جسم ثابت باشد.
- ۳ به طور منظم جهت حرکت تغییر کند.
- ۴ حرکت جسم با تغییر سرعت همراه باشد.

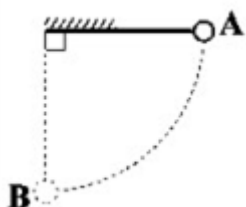
۳۰ معادله مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = (t - 2)(t + 3)(t + 4)$ است، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه این متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

- ۱ ۴
- ۲ ۲
- ۳ -۲
- ۴ -۴

۳۱ کدام گزینه در مورد مسافت پیموده شده و جابه‌جایی در یک حرکت درست است؟

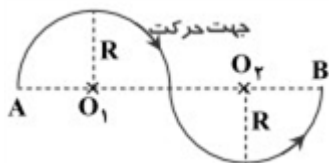
- ۱ مسافت پیموده شده به مسیر حرکت بستگی ندارد.
- ۲ جابه‌جایی تابعی از مسیر حرکت است.
- ۳ همواره مسافت پیموده شده بزرگ‌تر یا مساوی با اندازه‌ی جابه‌جایی است.
- ۴ مسافت و جابه‌جایی هر دو کمیت‌هایی نرده‌ای هستند.

۳۲ مطابق شکل زیر، آونگی از نقطه‌ی A رها می‌شود. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B برابر ۷۵ cm باشد. اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B چند متر است؟ ($\pi \approx 3$)



- ۱ $\sqrt{2}$
- ۲ $2\sqrt{2}$
- ۳ ۱
- ۴ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۳۳ مطابق شکل، ذره‌ای بر روی مسیر نشان داده، دو نیم‌دایره‌ی متوالی به شعاع R را بدون برگشت طی می‌کند و از A به B می‌رسد. مسافتی که ذره طی می‌کند چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟ ($\pi \approx 3/14$)

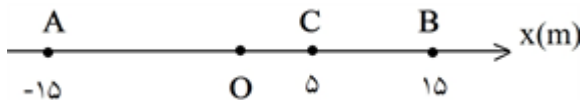


- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{14}$ (۳) $1/57$ (۴)

۳۴ اتومبیلی مسیر نیم‌دایره‌ای به قطر ۲۰۰ متر را می‌پیماید. نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی اتومبیل کدام است؟

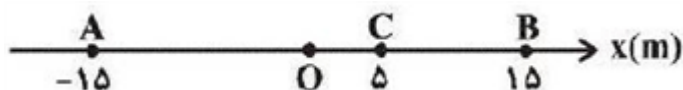
- ۱ (۱) π (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\pi\sqrt{2}$ (۴) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$

۳۵ مطابق شکل زیر، جسمی بر روی محور x از نقطه‌ی A حرکت کرده و بعد از رسیدن به نقطه‌ی B ، به نقطه‌ی C بر می‌گردد. در این حرکت، مسافتی که جسم طی می‌کند چند برابر اندازه‌ی جابه‌جایی آن است؟



- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴)

۳۶ مطابق شکل زیر، جسمی بر روی محور x از نقطه‌ی A حرکت کرده و بعد از رسیدن به نقطه‌ی B به نقطه‌ی C بر می‌گردد. در این حرکت، مسافتی که جسم طی می‌کند چند برابر اندازه‌ی جابه‌جایی آن است؟



- ۱ (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴)

۳۷ جسمی روی یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کند. جابه‌جایی این جسم وقتی که $\frac{1}{4}$ دایره دور می‌زند، چند برابر مسافتی است که در این مدت طی کرده است؟

- ۱ (۱) $\pi\sqrt{2}$ (۲) $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$ (۴) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$

۳۸ از بالای برج بلندی به ارتفاع ۱۲۰ متر گلوله‌ای را در راستای افق پرتاب می‌کنیم تا ۱۶۰ متر جلوتر از پایه برج به زمین برخورد کند، بزرگی جابه‌جایی گلوله در این پرتاب چند متر بوده است؟

- ۱ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۲۸۰

۳۹ متحرکی روی یک مسیر دایره‌ای به شعاع $10m$ ، در حرکت است. در خلال یک دوران کامل، حداکثر مسافت طی شده متحرک چند متر باشد تا اندازه جابه‌جایی آن $10\sqrt{2}m$ بشود؟ ($\pi \cong 3$)

- ۱ (۱) ۱۵ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۴۰ مطابق شکل، ذره‌ای روی محیط یک مربع به ضلع 80 cm و از نقطه A در جهت نشان داده شده شروع به حرکت می‌کند. بزرگی جابه‌جایی این ذره پس از پیمودن مسافت 180 cm چند متر است؟



۱ (۴)

۱۰۰ (۳)

$1/4$ (۲)

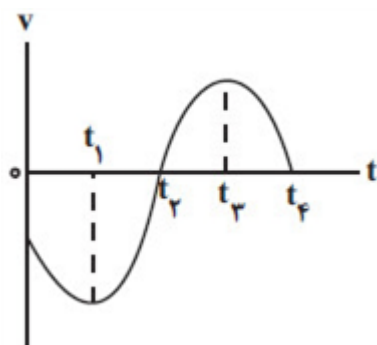
۱۴۰ (۱)

۴۱ شکل مقابل، نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که بر روی محور x در حال حرکت است. کدام یک از گزاره‌های زیر در مورد این متحرک نادریست است؟
 (آ) در لحظه t_2 ، جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

(ب) در بازه زمانی t_1 تا t_2 متحرک در جهت محور x حرکت کرده است.

(پ) در بازه زمانی t_2 تا t_4 بزرگی سرعت متوسط صفر است.

(ت) در بازه زمانی t_1 تا t_3 بزرگی جابه‌جایی برابر مسافت طی شده است.



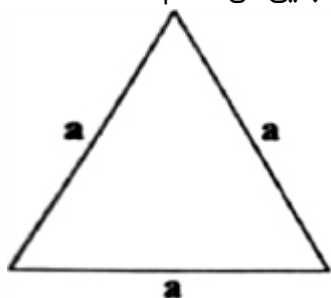
(۴) ب - ت

(۳) ب - پ - ت

(۲) آ - ب

(۱) آ

۴۲ متحرکی بر روی یک مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع a با تندی ثابت در جهت ساعتگرد در حال حرکت است. اگر متحرک مسافت $2a$ را بر روی محیط مثلث طی کند، بیشترین مقدار ممکن برای اندازه جابه‌جایی آن کدام است؟



(۴) $\frac{a}{2}$

(۳) a

(۲) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$

(۱) $a\sqrt{2}$

۴۳ متحرکی از مبدأ مکان در جهت مثبت محور x به راه می‌افتد و در کل مسیر حرکت، مسافت پیموده شده توسط متحرک پنج برابر اندازه جابه‌جایی آن است و متحرک در طول مسیر تنها یک بار تغییر جهت داده است. فاصله نقطه آغاز حرکت تا نقطه تغییر جهت چند برابر فاصله نقطه پایانی حرکت تا نقطه تغییر جهت است؟

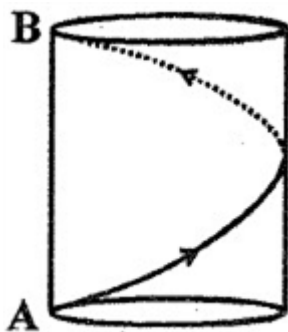
(۴) $\frac{3}{2}$

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) $\frac{1}{2}$

۴۴ شیشه‌ی مربایی به شکل استوانه‌ای به شعاع R و ارتفاع $\sqrt{2}R$ روی میز صبحانه قرار دارد. مورچه‌ای از نقطه A شروع به حرکت می‌کند و مطابق شکل یک بار به دور شیشه می‌چرخد تا به نقطه B برسد. کوتاه‌ترین مسافت ممکن برای مورچه کدام است؟

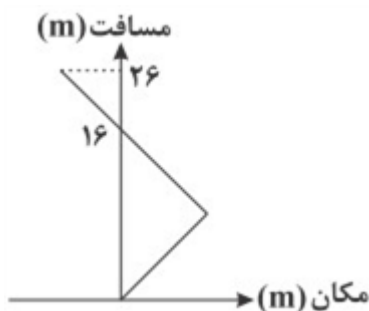


- ۱ $\sqrt{2}R$ ۲ πR ۳ $\sqrt{2}R\sqrt{\pi^2 + 1}$ ۴ $\sqrt{2}R\sqrt{\pi^2 - 1}$

۴۵ شخصی هنگام پیاده‌روی روی محور x ها ابتدا از مکان $+5m$ به مکان $+12m$ می‌رود و سپس به مکان $-4m$ رفته و می‌ایستد. در این صورت جابه‌جایی (Δx) و مسافت طی شده (L) توسط شخص برحسب متر کدام است؟

- ۱ $L = 16m, \Delta x = -4m$ ۲ $L = 23m, \Delta x = -9m$
۳ $L = 16m, \Delta x = -9m$ ۴ $L = 23m, \Delta x = -4m$

۴۶ معادله حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = mt^2 + nt$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیه اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، m در SI کدام است؟



- ۱ -۱ ۲ -۲ ۳ ۱ ۴ -۴

۴۷ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در یک بازه زمانی مشخص، اندازه بردار جابه‌جایی آن، کمتر از مسافت طی شده توسط آن است. کدامیک از عبارتهای زیر الزاماً صحیح است؟

- ۱ جهت حرکت این متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است.
۲ در انتهای بازه زمانی، جهت بردار مکان و بردار جابه‌جایی یکسان است.
۳ طی این بازه زمانی، اندازه سرعت متوسط و تندی متوسط آن یکسان است.
۴ بردار جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور x ها است.

۴۸

در شکل زیر دوچرخه‌سواری که قطر هریک از چرخ‌هایش ۴۰ سانتی‌متر است در مسیر مستقیم در حال حرکت است. اگر دوچرخه به اندازه‌ی $\frac{2}{5}$ دور زدن چرخ‌هایش پیشروی کند، نقطه‌ی A چند متر جابه‌جا خواهد شد؟ ($\pi = 3$)



۰/۴ $\sqrt{57/25}$ (۴)

۰/۶ $\sqrt{57/25}$ (۳)

۰/۴ $\sqrt{52/25}$ (۲)

۰/۶ $\sqrt{52/25}$ (۱)

۴۹

در طی ۴ ماه گردش زمین با تندی ثابت به دور خورشید، مسافت طی شده توسط زمین چند برابر جابه‌جایی آن است؟ (مدار گردش زمین به دور خورشید را دایره‌ی کامل و یک سال را ۱۲ ماه بگیرید.)

$\frac{2\sqrt{3}}{9}\pi$ (۴)

$\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$ (۳)

$\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$ (۲)

$\frac{\sqrt{2}}{4}\pi$ (۱)

۵۰

متحرکی مطابق شکل مقابل، روی محور x از نقطه‌ی O (مبدأ محور) به A رفته و سپس به B برگشته است. در این مدت جابه‌جایی متحرک در SI و بردار مکان متحرک



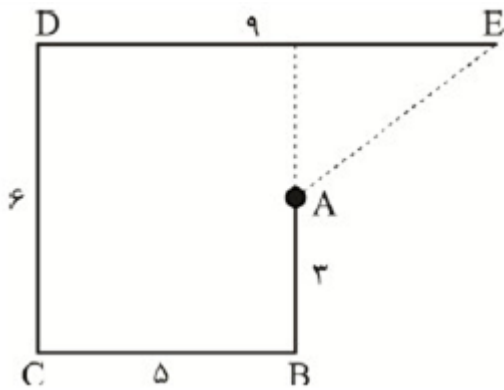
$8\vec{i}$ ، یک بار تغییر جهت داده است. (۲)

$-7\vec{i}$ ، یک بار تغییر جهت داده است. (۱)

$8\vec{i}$ ، تغییر جهت نداده است. (۳)

$-7\vec{i}$ ، تغییر جهت نداده است. (۴)

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$AE^2 = (3^2 + 9^2) = 5^2$$

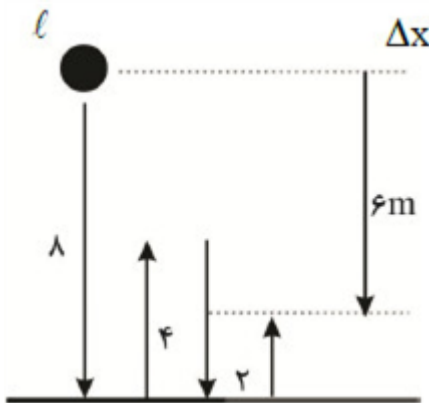
$$AE = 5m$$

$$\text{مسافت } ABCDE = 3 + 5 + 6 + 9 = 23m$$

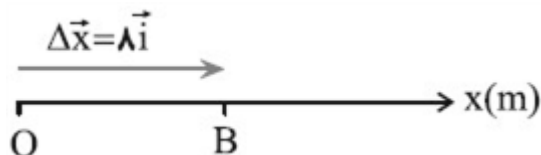
$$\frac{23}{5} = 4 \frac{3}{5}$$

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$L = 8 + 4 + 4 + 2 = 18m$$



۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

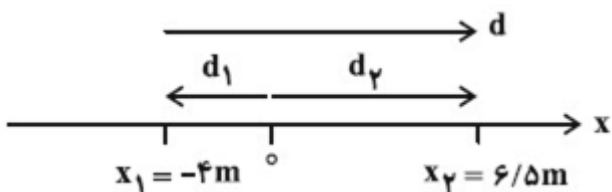
جابه‌جایی، برداری است که نقطه آغازین حرکت O را به نقطه پایانی آن B متصل می‌کند که مطابق شکل بردار $\vec{OB}$ و در

$$\vec{OB} = 8\vec{i}$$

سوی مثبت محور x است و داریم:

اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند. چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد، بنابراین بردار مکان، همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر متحرک از مبدأ مکان عبور کند، بردار مکان تغییر جهت و علامت می‌دهد.

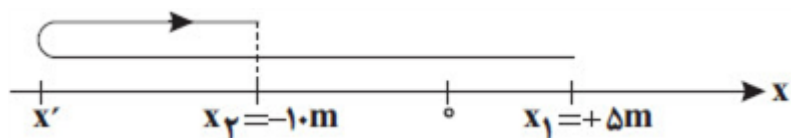


بررسی گزینه‌ها:

ابتدا بردار مکان منفی است و سپس مثبت می‌شود، پس گزاره ب نادرست است.

در ابتدا ($d_1 < 0$) و سپس ($d_2 > 0$) اما جابه‌جایی همواره در جهت مثبت است، پس جابه‌جایی و مکان هم‌جهت نیستند. (گزاره الف نادرست)

اما از آنجایی که تغییر جهت در حرکت نداریم، مسافت طی شده و جابه‌جایی برابرند. پس گزاره پ درست است.



ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\frac{L}{|\Delta x|} = 2/4 \xrightarrow{|\Delta x| = |-1.0 - 5| = 15m} L = 2/4 \times 15 \Rightarrow L = 36m$$

با توجه به نمودار بالا، مسافت طی شده برابر با مجموع اندازه‌های جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی است که جهت حرکت آن تغییر نکرده است.

$$L = |x' - x_1| + |x_2 - x'| \xrightarrow{x' - x_1 < 0, x_2 - x' > 0, L = 36m, x_1 = +5m, x_2 = -1.0m}$$

$$36 = 5 - x' - 1.0 - x' \Rightarrow x' = \frac{-41}{2} = -20.5m$$

$$\Rightarrow 20.5/5 + 5 = 25.5/5m \quad \text{بیشترین فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله داده شده مربوط به حرکت با سرعت ثابت است، بنابراین:

$$\begin{cases} x = vt - 4 \\ x = vt + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v = 3 \frac{m}{s} \\ x_0 = -4m \end{cases}$$

بنابراین متحرک در هر ثانیه ۳m در جهت محور x حرکت می‌کند و در نتیجه اندازه جابه‌جایی آن در ۲ ثانیه پنجم برابر

۶m و مسافت طی شده در ثانیه ششم برابر ۳m است و نسبت آن‌ها برابر ۲ = ۶/۳ می‌باشد.

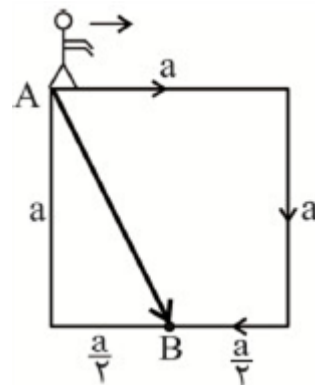
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طول ضلع مربع را a فرض می‌کنیم:

$$L = a + a + \frac{a}{2} = \frac{5}{2}a \quad \text{مسافت برابر است با:}$$

بزرگی جابه‌جایی برابر است با:

$$d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{5}{4}a^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

$$\frac{L}{d} = \frac{\frac{5}{2}a}{\frac{\sqrt{5}}{2}a} = \sqrt{5} \quad \text{بنابراین:}$$



۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی که متحرک در قسمت منفی محور x ها قرار دارد، بردار مکان متحرک در خلاف جهت

محور x ها است. به کمک تعیین علامت معادله مکان - زمان را تعیین می‌کنیم:

$$x = t^2 - 10t + 24 \begin{cases} \rightarrow t_1 = 4s \\ \rightarrow t_2 = 6s \end{cases}$$

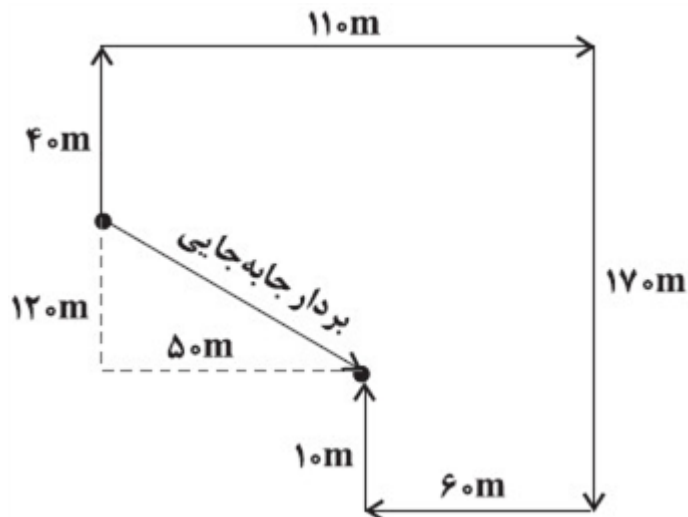
t	4	6
x	+	-

پس در بازه زمانی $(4s, 6s)$ در قسمت منفی محور x ها است و بردار مکان در خلاف جهت محور x ها است.

$$\Delta t = 6 - 4 = 2s$$

۱۰

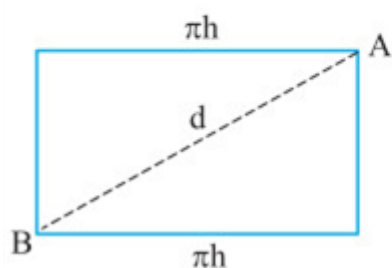
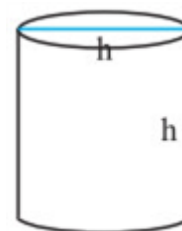
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به مسیرهای پیموده شده داریم:



$$\frac{\text{جابه جایی}}{\text{مسافت}} = \frac{\sqrt{(50)^2 + (10)^2}}{40 + 110 + 170 + 60 + 10} = \frac{51}{390} = \frac{1}{8}$$

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کوتاه‌ترین طول پله‌ی این مخزن برابر قطر مستطیلی است که با باز کردن استوانه، در سطح جانبی آن به دست می‌آید مطابق شکل زیر داریم:

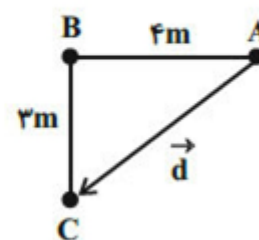
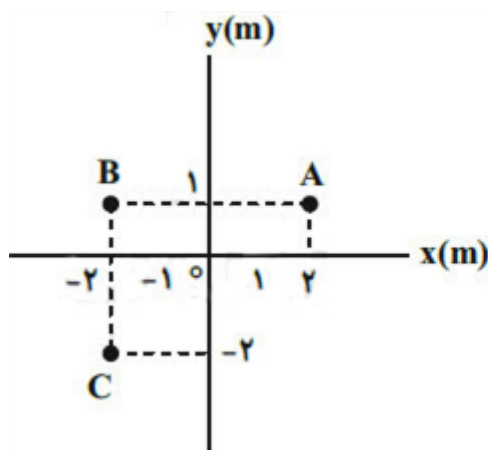


$$d = \sqrt{h^2(\pi^2 + 1)} = h\sqrt{1 + \pi^2}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{h\sqrt{1 + \pi^2}}{h} = \sqrt{1 + \pi^2}$$

۱۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط متحرک برابر $7m$ و جابه‌جایی آن برابر $5m$ است. بنابراین داریم:



$$d = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5, L = 4 + 3 = 7m$$

$$\frac{L}{d} = \frac{7}{5} = 1.4$$

۱۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌بایست معادله‌ی حرکت $(x - t)$ را تعیین علامت کنیم:

$$x = 0 \Rightarrow (t - 1)(t + 2)(-2t + 8) = 0 \Rightarrow t = 1s, 4s$$

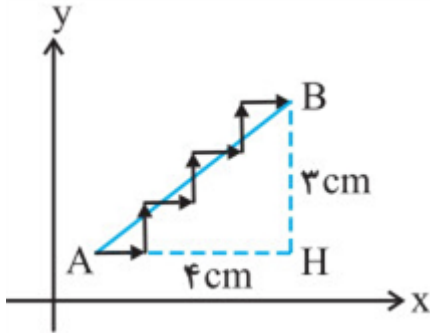
در اطراف ریشه‌های ساده علامت x تغییر می‌کند، بنابراین در بازه‌ی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ (یعنی به مدت ۳ ثانیه) بردار

t	۰	۱	۴
x	-	+	-

مکان متحرک در جهت محور x و مثبت است.

۱۴

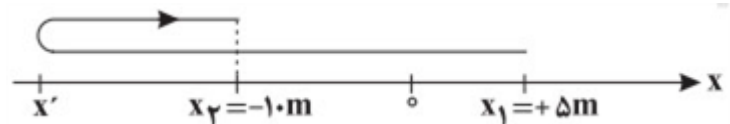
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مسافت طی شده برابر مجموع طول ۷ مسیر یک سانتی‌متری یعنی ۷cm است. اما جابه‌جایی (طول برداری که از A به B متصل می‌شود) را با توجه به مثلث قائم‌الزاویه رسم شده در شکل به صورت زیر محاسبه می‌شود:



$$AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ cm}$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\frac{l}{|\Delta x|} = 2/4 \xrightarrow{|\Delta x| = |-10 - 5| = 15m} l = 2/4 \times 15 \Rightarrow l = 7.5m$$

با توجه به نمودار بالا، مسافت طی شده برابر با مجموع اندازه‌های جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی است که جهت حرکت آن تغییر نکرده است.

$$l = |x' - x_1| + |x_2 - x'|$$

$$\xrightarrow{x' - x_1 < 0 \text{ و } x_2 - x' > 0} 7.5 = 5 - x' - 10 - x' \Rightarrow x' \Rightarrow x' = \frac{-41}{2} = -20.5m$$

$$\Rightarrow 20.5/5 + 5 = 25.5/5m \text{ بیش‌ترین فاصله متحرک از نقطه شروع حرکت}$$

۱۶

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

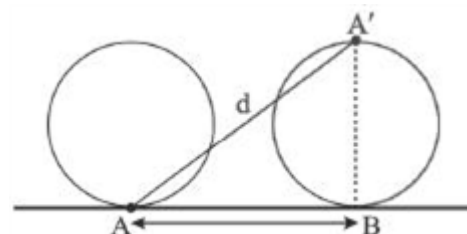
در نصف دور چرخش حلقه، نقطه A از پایین‌ترین نقطه حلقه به بالاترین نقطه حلقه می‌رسد.

$$AB = \frac{1}{2}(\pi R) = \pi R = 3 \times 10 = 30 \text{ cm}$$

$$A'B = 2R = 20 \text{ cm}$$

$$AA' = d = \sqrt{20^2 + 30^2} = 10\sqrt{13} \text{ cm}$$

$$V_{av} = \frac{10\sqrt{13}}{2/5} = 5\sqrt{13} \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$



۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) هنگامی که جسم در یک صفحه حرکت می‌کند، متحرک می‌تواند تغییر جهت دهد، ولی سرعت آن صفر نشود، مانند حرکت یک پرتابه در صفحه‌ی قائم. (×)

ب) ممکن است، سرعت متحرکی صفر شود، ولی شتاب آن صفر نشود. مثلاً در پرتاب یک جسم در شرایط خلأ در امتداد قائم رو به بالا، در نقطه‌ی اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین)، تندی جسم صفر است، ولی شتاب حرکت جسم برابر شتاب گرانش زمین (g) است. (×)

ج) بردار مکان یک متحرک بر روی محور x ، فقط در $x = 0$ تغییر جهت می‌دهد. در حالی که ممکن است متحرک در $x > 0$ یا $x < 0$ قرار داشته باشد و بردار سرعت آن تغییر جهت دهد. (×)

د) فرض کنید شناگری از یک طرف عرض استخری شروع به شنا کردن نموده، پس از گذشت مدت‌زمان مشخص به نقطه‌ی شروع حرکت باز گردد، در این صورت جابه‌جایی شناگر، صفر است، ولی مسافت طی‌شده توسط شناگر صفر نیست. (✓)

۱۸

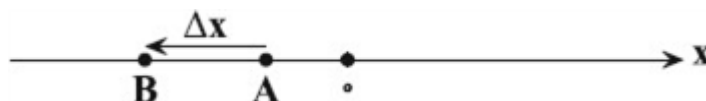
گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

هر معادله‌ای که در آن x تابعی از زمان باشد، $x = f(t)$ بیانگر حرکت روی خط راست است.

۱۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین جهت بردار مکان ۲ بار تغییر

کرده است. از طرف دیگر بنابر تعریف، جابه‌جایی برداری است که نقطه‌ی شروع حرکت A را به نقطه‌ی پایان حرکت B وصل کند.

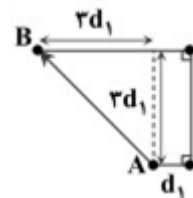


بردار جابه‌جایی نقطه‌ی A را به نقطه‌ی B وصل می‌کند و طبق رابطه‌ی فیثاغورث اندازه‌ی جابه‌جایی برابر است با:

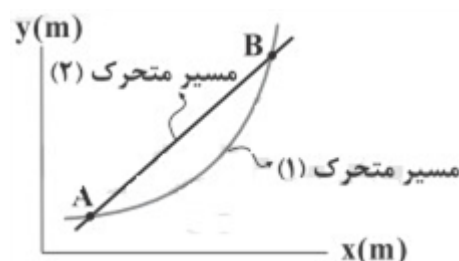
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(3d_1)^2 + (3d_1)^2} = 3\sqrt{2}d_1$$

$$3\sqrt{2}d_1 = 30\sqrt{2} \Rightarrow d_1 = 10m$$

$$\text{مسافت طی شده} = d_1 + 3d_1 + 4d_1 = 8d_1 = 8 \times 10 = 80m$$



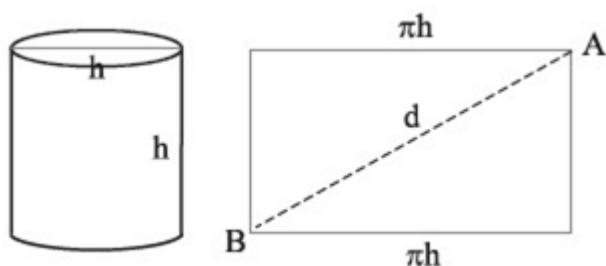
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در این سؤال، نقاط ابتدا و انتهای مسیر برای دو متحرک، یکسان است، بنابراین جابه‌جایی دو متحرک، یکسان می‌باشد. با توجه به یکسان بودن مدت زمان این جابه‌جایی برای دو متحرک، سرعت متوسط دو متحرک در این بازه‌ی زمانی یکسان می‌باشد ($v_{av_1} = a_{av_2}$).



از طرفی با توجه به مسیر حرکت، مسافت طی‌شده توسط متحرک (۱)، بیشتر از مسافت طی‌شده توسط متحرک (۲) است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \xrightarrow{l_1 > l_2} s_{av_1} > s_{av_2}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کوتاه‌ترین طول پله‌ی این مخزن برابر قطر مستطیلی است که با باز کردن استوانه، در سطح جانبی آن به دست می‌آید مطابق شکل زیر داریم:



$$d = \sqrt{h^2(1 + \pi^2)} = h\sqrt{1 + \pi^2}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{h\sqrt{1 + \pi^2}}{h} = \sqrt{1 + \pi^2}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

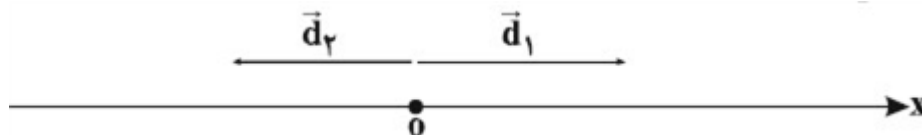
الف) بردار مکان، برداری است که مبدأ مختصات را به مکان متحرک وصل می‌کند، بنابراین به مبدأ مختصات وابسته است. (✓)

ب) بردار جابه‌جایی فقط به مکان اولیه و نهایی متحرک وابسته است، پس به مبدأ مختصات وابسته نیست. (✓)

ج) به عنوان مثال، متحرکی در قسمت مثبت محور x ها قرار دارد و در این قسمت جهت حرکت خود را تغییر می‌دهد. (✓)

د) در حرکت روی خط راست، بردار مکان و جابه‌جایی هم‌راستا هستند، اما الزاماً هم‌جهت نیستند. (×)

ه) در حرکتی که متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، همواره اندازه‌ی جابه‌جایی با مسافت طی‌شده برابر است. (✓)



بردار مکان، برداری است که مبدأ سنجش را به مکان جسم متصل می‌کند. اگر متحرک در مکان‌های مثبت باشد بردار مکان آن مثبت است و اگر در مکان‌های منفی باشد بردار مکان منفی است. بنابراین جهت بردار مکان وقتی عوض می‌شود که متحرک از مبدأ عبور کند. یعنی از $x > 0$ به $x < 0$ برود یا بالعکس.

در معادله‌ی حرکت $x = 0$ قرار می‌دهیم تا مشخص شود که متحرک در چه زمانی از مبدأ عبور کرده است:

$$x = 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 9 = 0 \Rightarrow (t - 3)^2 = 0 \Rightarrow t = 3s$$

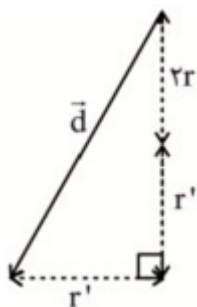
در لحظه‌ی $t = 3s$ متحرک در مبدأ بوده ولی در تمام لحظات $x > 0$ است. یعنی بردار مکان این متحرک هرگز تغییر

جهت نمی‌دهد. $x = (t - 3)^2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 0$

نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط همان نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی است:

$$l = \pi r + \frac{\pi}{2} r' \rightarrow l = 3 \times 6 + \frac{3}{2} \times 36 = 72 \text{ m}$$

برای تعیین جابه‌جایی کافی است طول برداری که بطور مستقیم نقطه A را به نقطه B وصل می‌کند را به دست آوریم.



$$d = \sqrt{(r + r')^2 + r'^2} \rightarrow d = \sqrt{(12 + 36)^2 + 36^2} = 60 \text{ m}$$

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{72}{60} = \frac{6}{5}$$

در گزینه‌ی «الف» تعریف بردار مکان چنین است، دقت کنید مبدأ زمان مطرح نیست.

در گزینه‌ی «ب» ممکن است مسیر حرکت مستقیم نباشد در این صورت تندی متوسط بزرگ‌تر است.

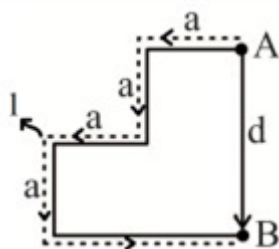
در گزینه‌ی «پ» طبق تعریف سرعت متوسط شیب پاره‌خط واصل در نمودار $x - t$ سرعت متوسط است.

در گزینه‌ی «ت» تندشونده بودن حرکت نشان می‌دهد که مقدار سرعت در حال افزایش است، لذا ممکن است سرعت از

$\frac{m}{s}$ به $20 \frac{m}{s}$ برسد و حرکت تندشونده باشد.

بردار جابه‌جایی، برداری است که نقطه آغاز حرکت را به نقطه پایان حرکت وصل می‌کند. با توجه به شکل مقابل، $d = 2a$

است. اما مسافت، طول مسیری است که توسط متحرک طی شده است.



$$l = a + a + a + a + 2a = 6a$$

$$\frac{d}{l} = \frac{2a}{6a} = \frac{1}{3}$$

۲۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خودرو فاصله‌ی تهران - قزوین را در مدت $2h$ و فاصله‌ی قزوین - زنجان را در مدت $3h$ طی می‌کند، بنابراین $5h$ در راه است.

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 2 + 3 = 5h$$

مسافت طی‌شده توسط خودرو برابر است با:

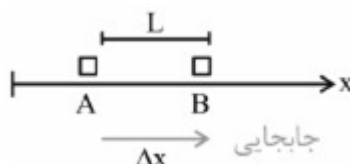
$$l = l_1 + l_2 = 160 + 200 = 360 \text{ km}$$

ما مسافت طی‌شده توسط خودرو را حساب کردیم و به کمک مسافت، تندی متوسط متحرک به دست می‌آید، بنابراین:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{360 \text{ km}}{5h} = 72 \frac{\text{km}}{h}$$

۲۹

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر جهت حرکت متحرک تغییری نکند بزرگی جابه‌جایی مساوی با مسافت طی شده توسط متحرک است.



۳۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حل $x = 0$ قرار می‌دهیم.

$$x = 0 \Rightarrow 0 = (t - 2)(t + 3)(t + 4)$$

$$\begin{cases} t = 2 & \text{ق ق} \\ t = -3 & \text{غ ق} \\ t = -4 & \text{غ ق} \end{cases}$$

۳۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در جابه‌جایی از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B، همواره مسافت پیموده شده بزرگ‌تر یا مساوی با اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک است. دقت کنید جابه‌جایی به مسیر حرکت بستگی ندارد، ولی مسافت طی شده به مسیر حرکت بستگی دارد. همچنین جابه‌جایی کمیتی برداری و مسافت طی شده کمیتی نرده‌ای است.

۳۲

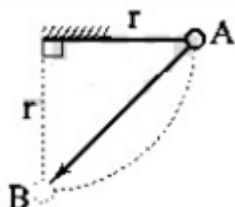
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مسافت طی‌شده توسط متحرک از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B برابر $\frac{1}{4}$ محیط دایره است.

بنابراین داریم:

$$\text{مسافت طی‌شده} = \frac{1}{4} (\text{محیط دایره}) \Rightarrow 1 = \frac{1}{4(2\pi r)}$$

$$\Rightarrow \frac{75}{100} = \frac{3(r)}{2} \Rightarrow r = \frac{1}{4} m$$

در ادامه، جابه‌جایی متحرک را که برابر فاصله‌ی نقطه‌ی A از نقطه‌ی B است، به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$$\text{اندازه ی جابه جایی} = \sqrt{r^2 + r^2} = r\sqrt{2}$$

$$\xrightarrow{r = \frac{1}{4} m} \text{اندازه جابه جایی} = \frac{\sqrt{2}}{4} m$$

۳۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

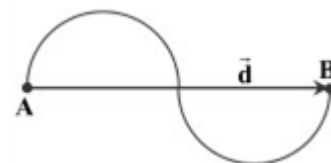
مسافت طی شده برابر مجموع محیطهای دو نیمدایره است:

$$l = \pi R + \pi R = 2\pi R$$

جابه‌جایی برداری است که نقطه‌ی A را به B وصل می‌کند، که اندازه‌ی آن برابر است با:

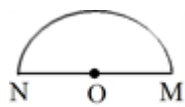
$$d = 2R$$

$$\frac{l}{d} = \frac{2\pi R}{2R} = \pi = \frac{3.14}{2} = 1.57$$



۳۴

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} \text{مسافت } d &= \frac{2\pi R}{2} = \pi R = \pi \times 100 \\ \Delta x &= \text{قطر دایره} = 200 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d}{\Delta x} = \frac{100\pi}{200} = \frac{\pi}{2}$$

۳۵

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

مسافت، طول مسیر طی شده است و برابر است با:

$$d = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 30 + 10 = 40 \text{ m}$$

جابه‌جایی برداری است که ابتدای آن مکان اولیه و انتهای آن مکان پایانی جسم است و از تفاضل دو بردار مکان به‌دست می‌آید.

$$|\Delta x| = |x_C - x_A| = |5 - (-15)| = 20 \text{ m}$$

$$\frac{d}{|\Delta x|} = \frac{40}{20} = 2$$

و می‌توان نوشت:

۳۶

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مسافت، طول مسیر طی شده است و برابر است با:

$$d = |\overline{AB}| + |\overline{BC}| = 30 + 10 = 40 \text{ m}$$

جابه‌جایی برداری است که ابتدای آن مکان اولیه و انتهای آن مکان پایانی جسم است و از تفاضل دو بردار مکان به‌دست می‌آید.

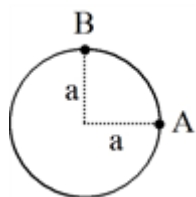
$$\Delta x = x_C - x_A = 5 = 5 - (-15) = 20 \text{ m}$$

و می‌توان نوشت:

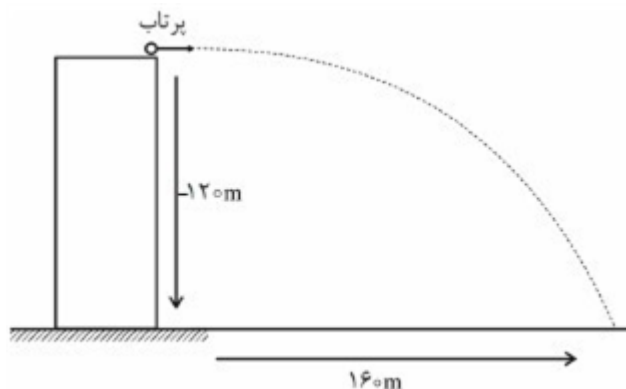
$$\frac{d}{\Delta x} = \frac{40}{20} = 2$$

۳۷

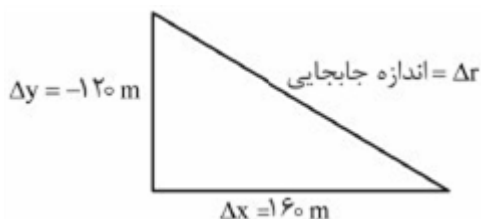
گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{d} &= ? \\ \Delta x &= \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a \\ d &= \frac{2\pi R}{4} = \frac{\pi a}{2} \\ \Delta x &= \frac{\sqrt{2}a}{\frac{\pi a}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \end{aligned}$$



با توجه به شکل می‌توان اندازه جابه‌جایی را از مثلث مقابل به دست آورد.

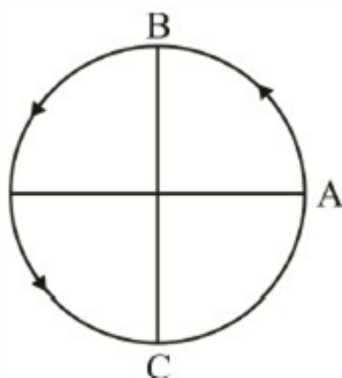


$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\Delta r = \sqrt{(160)^2 + (-120)^2} = \sqrt{25600 + 14400}$$

$$\Delta r = \sqrt{40000} = 200m$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای آنکه جابه‌جایی متحرک، $\sqrt{2}$ برابر شعاع آن شود، مطابق شکل از موقعیت اولیه فرضی A، باید به یکی از دو موقعیت B یا C منتقل شود که برای حداکثر شدن مسافت طی شده، باید مسیر طولانی‌تر A تا C را در نظر بگیریم:



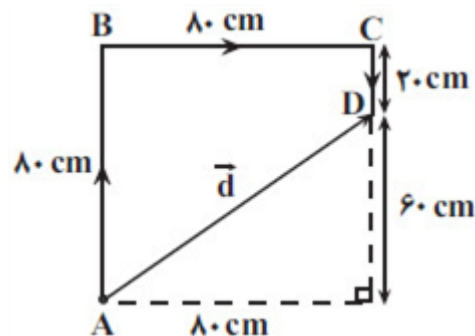
$$l = \frac{r}{4} \times \text{محیط}$$

$$l = \frac{r}{4} \times 2\pi R$$

$$l = \frac{r}{4} \times 2 \times 3.14 \times 10 = 45m$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، ذره که از نقطه A روی محیط مربع شروع به حرکت می‌کند، ابتدا ۸۰ cm طی می‌کند تا به نقطه B برسد و سپس ۸۰ cm دیگر طی می‌کند تا به نقطه C برسد و در آخر ۲۰ cm دیگر طی خواهد کرد تا به نقطه D برسد و باید در مجموع $L = 80 + 80 + 20 = 180$ cm مسافت طی کرده باشد. بنابراین، جابه‌جایی ذره که برابر طول بردار AD است، با استفاده از رابطه فیثاغورس، برابر است با:

$$d = \sqrt{80^2 + 60^2} = \sqrt{10000} = 100cm = 1m$$



۴۱

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

آ) درست است. در بازه زمانی صفر تا t_2 سرعت منفی و در بازه زمانی t_2 تا t_4 سرعت مثبت است. بنابراین در لحظه t_2 که علامت سرعت تغییر می‌کند، جهت حرکت نیز تغییر خواهد کرد.

ب) نادرست است. متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 که $v < 0$ است، در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در بازه زمانی t_2 تا t_4 که $v > 0$ است، در جهت محور x در حال حرکت می‌باشد.

پ) نادرست است. در بازه زمانی t_2 تا t_4 سرعت مثبت است و متحرک در جهت محور x در حال حرکت می‌باشد. بنابراین، در این بازه زمانی جهت حرکت متحرک تغییر نمی‌کند، لذا، بزرگی جابه‌جایی صفر نیست، در نتیجه، سرعت متوسط نیز صفر نخواهد شد.

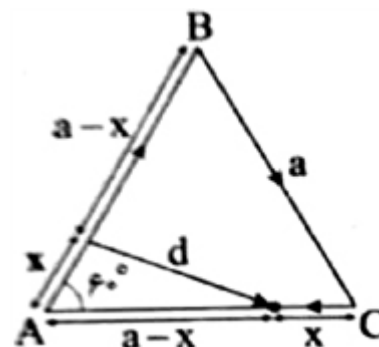
ت) نادرست است. چون در لحظه t_2 جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند. بنابراین، در بازه زمانی t_1 تا t_2 مناسب طی شده بزرگتر از بزرگی جابه‌جایی است. بنابراین موارد ب، پ و ت نادرست‌اند.

۴۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مسأله را در حالت کلی و با فرض این‌که متحرک در فاصله x از رأس A و در جهت ساعتگرد شروع به چرخیدن کرده، بررسی می‌کنیم.

$$(0 \leq x \leq a)$$

با توجه به شکل فوق، اگر $x = 0$ باشد، اندازه جابه‌جایی برابر طول ضلع مثلث است و اگر $0 < x < a$ باشد، اندازه جابه‌جایی مقداری کمتر از ضلع مثلث خواهد شد، بنابراین بیشینه اندازه جابه‌جایی برابر طول ضلع مثلث، یعنی a است.



۴۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جابه‌جایی یعنی برداری که نقطه آغاز و پایان را به هم وصل می‌کند و مسافت طول مسیری است که متحرک طی می‌کند. جابه‌جایی برابر با Δx است و با توجه به شکل مسافت طی شده برابر است با:

$$L = |\Delta x| + L_1 + L_1$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به صورت سوال}} 5 |\Delta x| = |\Delta x| + 2L_1$$

$$4 |\Delta x| = 2L_1 \Rightarrow L_1 = 2 |\Delta x|$$



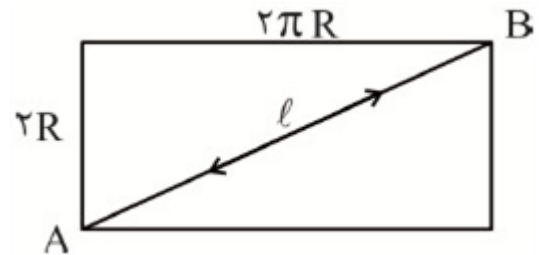
$$\frac{\text{فاصله نقطه آغاز تا نقطه تغییر جهت}}{\text{فاصله نقطه پایان تا نقطه تغییر جهت}} = \frac{\Delta x + L_1}{L_1} = \frac{\Delta x + 2\Delta x}{2\Delta x} = \frac{3}{2}$$

۴۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید که مورچه کوتاه‌ترین مسیر را طی کرده و مسیر حرکت آن روی بدنه شیشه مشخص است. برای محاسبه مسافت، به طور فرضی استوانه را از روی خط AB می‌بریم و استوانه را باز می‌کنیم تا به یک مستطیل تبدیل شود.

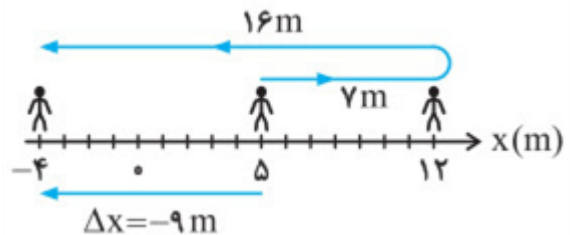
کوتاه‌ترین مسیر از نقطه A تا B قطر مستطیل است.

$$L = \sqrt{(2R)^2 + (2\pi R)^2} = 2R\sqrt{\pi^2 + 1}$$



۴۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین جابه‌جایی و مسافت طی شده ابتدا شکل زیر را رسم می‌کنیم و وضعیت شخص را در طی این حرکت مشخص می‌کنیم.



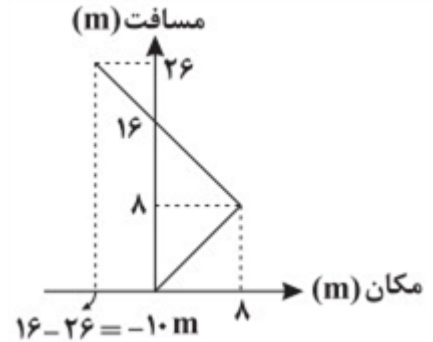
مطابق شکل، مسافت طی شده برابر مجموع طول پاره‌خطهایی است که شخص طی کرده که مطابق شکل برابر $L = 7 + 16 = 23\text{ m}$ ، اما جابه‌جایی برداری است که موقعیت ابتدایی ($x = +5\text{ m}$) را به موقعیت پایانی شخص $x = -4\text{ m}$ متصل می‌کند که مطابق شکل داریم:

$$\Delta x = -4 - 5 = -9\text{ m}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار مسافت برحسب مکان این متحرک در ابتدا به صورت یک خط با شیب ۱ است. در لحظه‌ای که جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. شیب خط ۱- می‌شود. چون معادله مکان برحسب زمان درجه ۲ است (سه می است) بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن عوض می‌شود، برابر است با مسافت طی شده توسط متحرک از لحظه تغییر جهت حرکت تا لحظه‌ای که متحرک از مبدأ حرکت عبور می‌کند. پس متحرک در لحظه تغییر جهت حرکت در مکان $x = +8m$ قرار دارد. پس از مکان $x = +8m$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و پس از آن متحرک در جهت منفی محور x ها حرکت می‌کند. بنابراین در لحظه‌ای که مسافت طی شده برابر با ۲۶ متر است، با توجه به نمودار مکان - زمان، مکان متحرک در این لحظه برابر است

$$16 - 26 = -10m$$

با:



$$t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{-n}{2m} \Rightarrow x = m \left(\frac{-n}{2m} \right)^2 + n \left(\frac{-n}{2m} \right)$$

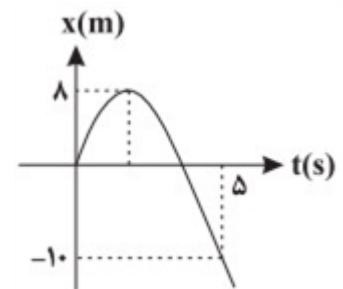
$$\Rightarrow x = \frac{n^2}{4m} - \frac{n^2}{2m} = \frac{-n^2}{4m} \xrightarrow{x=8m} 8 = \frac{-n^2}{4m} \Rightarrow m = \frac{-n^2}{32} \quad (*)$$

$$t = \Delta s \xrightarrow{x=-10m} -10 = 2\Delta m + \Delta n$$

$$x = mt^2 + nt$$

$$-2 = \Delta m + n \xrightarrow{(*)} -2 = -\frac{\Delta n^2}{32} + n \Rightarrow -64 = -\Delta n^2 + 32n \Rightarrow \Delta n^2 - 32n - 64 = 0$$

$$\Rightarrow n = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 + 64 \times 5}}{5} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{16+24}{5} = 8 \Rightarrow m = \frac{-2-8}{5} = -2 \\ n = \frac{16-24}{5} = \frac{-8}{5} \text{ غلط..} \end{cases}$$

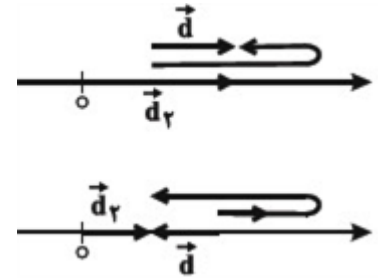


با توجه به نمودار، حاصل دو ریشه باید عددی مثبت باشد. یعنی $\frac{-n}{m} > 0$ و چون $m < 0$ بنابراین $n > 0$ است. لذا

جواب $n = \frac{-8}{5}$ قابل قبول نمی‌باشد.

۴۷

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینه «۱» درست: چون اندازه بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده توسط متحرک است، پس جهت حرکت متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است.
گزینه «۲» نادرست: دو حالت زیر را در نظر بگیرید.

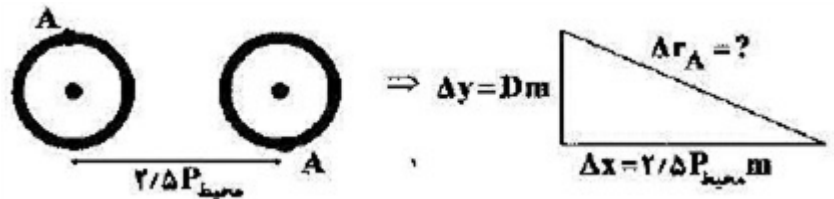


گزینه «۳» نادرست: طبق تعریف تندی متوسط و سرعت متوسط، تندی متوسط طی این بازه زمانی بیش‌تر از اندازه سرعت متوسط است.

گزینه «۴»: الزامی به منفی بودن جهت بردار جابه‌جایی طی این حرکت نیست.

۴۸

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی چرخ ۲/۵ دور بزند نقطه‌ی A از بالاترین قسمت چرخ به پایین‌ترین قسمت چرخ خواهد آمد و از طرف دیگر از نظر افقی به اندازه‌ی ۲/۵ برابر محیط چرخ پیشروی خواهد کرد بنابراین با توجه به شکل داریم:



$$\Delta r_A = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \Rightarrow \Delta r_A = \sqrt{\left(\frac{2}{5}\pi D\right)^2 + (D)^2} \xrightarrow{\pi=3} \Delta r_A = \sqrt{\left(\frac{2}{5}D\right)^2 + D^2}$$

$$\Rightarrow \Delta r_A = D\sqrt{5^2/2^2} \xrightarrow{D=\frac{r}{\pi}m} \Delta r_A = 0.4\sqrt{5^2/2^2}m$$

۴۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا شکل مدار زمین را با فرض این‌که مسیر حرکت آن به دور خورشید پادساعت‌گرد است، رسم می‌کنیم و شعاع مدار را ۲ می‌گیریم.

حال می‌خواهیم نسبت مسافت طی شده‌ی زمین را به جابه‌جایی آن در مدت ۴ ماه حساب کنیم. زمین در مدت ۴ ماه

معادل $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ دایره‌ی کامل مدارش را طی می‌کند، بنابراین مسافت طی شده یعنی طول کمان $\widehat{AB}$ برابر $\frac{1}{3}$ محیط

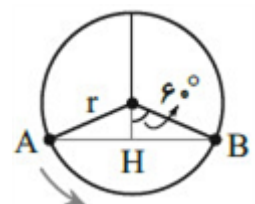
$$\widehat{AB} = \frac{2\pi r}{3} \quad \text{دایره خواهد بود و داریم:}$$

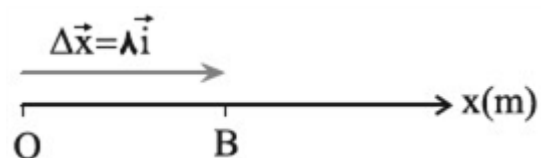
اما بزرگی جابه‌جایی برابر طول وتر AB است و مطابق شکل خواهیم داشت:

$$AB = 2HB \xrightarrow{HB=r \sin 60^\circ} AB = 2r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}r$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{بزرگی جابه‌جایی}} = \frac{\frac{2\pi r}{3}}{\sqrt{3}r} = \frac{2\pi}{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}\pi}{9}$$

در نهایت داریم:





جابه‌جایی برداری است که نقطه‌ی آغازین حرکت (O) را به نقطه‌ی پایانی آن (B) متصل می‌کند که مطابق شکل بردار $\vec{OB}$

و در سوی مثبت محور x است و داریم:

$$\vec{OB} = 8 \vec{i}$$

اما بردار مکان، برداری است که در هر لحظه، مبدأ مکان را به محل جسم وصل می‌کند چون در تمام مدت جسم در نقاط مثبت محور قرار دارد. بنابراین بردار مکان همواره مثبت است و تغییر جهت نمی‌دهد.

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4
31	1	2	3	4
32	1	2	3	4

33	1	2	3	4
34	1	2	3	4
35	1	2	3	4
36	1	2	3	4
37	1	2	3	4
38	1	2	3	4
39	1	2	3	4
40	1	2	3	4
41	1	2	3	4
42	1	2	3	4
43	1	2	3	4
44	1	2	3	4
45	1	2	3	4
46	1	2	3	4
47	1	2	3	4
48	1	2	3	4
49	1	2	3	4
50	1	2	3	4

