

۱) شعاع سیاره‌ای دو برابر شعاع زمین و جرم آن نیز دو برابر جرم زمین است. وزن یک جسم یک کیلوگرمی بر روی این سیاره چند برابر وزن جسم یک کیلوگرمی روی زمین است؟

- ۱)  $\frac{3}{2}$       ۲)  $\frac{1}{2}$       ۳) ۱      ۴) ۲

۲) در چه فاصله‌ای از سطح زمین، وزن یک شخص  $\frac{1}{6}$  وزن همان شخص در سطح سیاره‌ای است که شعاع این سیاره، دو برابر شعاع زمین است؟ (جرم سیاره با جرم زمین یکسان فرض شود).

- ۱)  $2R_e$       ۲)  $5/4 R_e$       ۳)  $8 R_e$       ۴)  $7 R_e$

۳) جرم سیاره‌ای تقریباً  $6 \times 10^{24}$  kg است و شعاع آن تقریباً ۶۰۰۰ km است. آجری به جرم  $2/0$  kg روی سطح سیاره قرار دارد. شتاب گرانش آجر تقریباً چند  $\left(\frac{m}{s^2}\right)$  است؟  $\left(G = 6 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}\right)$

- ۱) ۴      ۲) ۶      ۳) ۸      ۴) ۱۰

۴) دانشمندان سیاره‌ای را شناسایی کرده‌اند که شرایطی شبیه به زمین دارد. اگر جرم این سیاره ۳ برابر زمین و شعاع آن ۲ برابر زمین باشد، شتاب گرانش در سطح این سیاره، چند درصد شتاب گرانش در سطح زمین است؟

- ۱) ۶۰      ۲) ۶۵      ۳) ۷۰      ۴) ۷۵

۵) چند کیلومتر از سطح زمین بالا رویم تا اندازه شتاب گرانشی نسبت به سطح زمین ۹۶ درصد کاهش یابد؟ (شعاع زمین ۶۴۰۰ km است).

- ۱) ۲۵۶۰۰      ۲) ۱۲۸۰۰      ۳) ۱۹۲۰۰      ۴) ۶۴۰۰

۶) وزن جسمی در سطح سیاره‌ای که جرم آن ۲ برابر جرم زمین و شعاع آن ۳ برابر شعاع زمین است،  $160 N$  می‌باشد. وزن این جسم در سطح زمین چند نیوتون است؟

- ۱) ۷۲۰      ۲) ۶۴۰      ۳) ۴۲۰      ۴) ۵۴۰

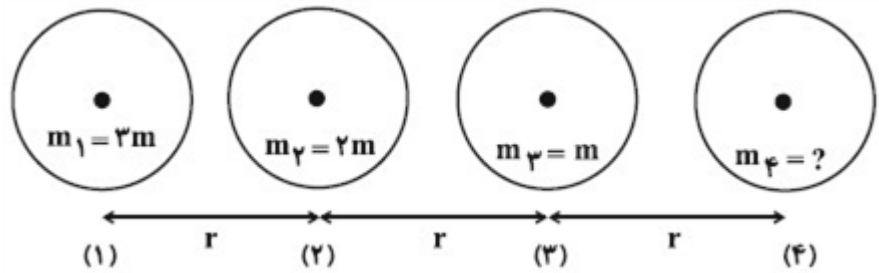
۷) جرم زمین ۸۰ برابر جرم ماه و شعاع زمین ۴ برابر شعاع ماه است. اگر شتاب گرانشی در سطح زمینی  $980 \frac{cm}{s^2}$  باشد، شتاب گرانشی در سطح ماه چند سانتی‌متر بر مربع ثانیه است؟ (ماه و زمین را کره کامل در نظر می‌گیریم).

- ۱) ۹۸      ۲) ۱۹۶      ۳) ۳۹۲      ۴) ۴۹۰

۸) اگر از ارتفاع  $\frac{1}{4} R_e$  از سطح زمین به ارتفاع  $2 R_e$  از سطح زمین برویم، نیروی گرانشی که زمین به ما وارد می‌کند، چند درصد تغییر می‌کند؟ ( $R_e$  شعاع زمین است).

- ۱) ۲۵      ۲) ۵۰      ۳) ۷۵      ۴) ۸۰

۹ مطابق شکل زیر، اگر برایند نیروهای گرانشی وارد بر کره ۲ از طرف سه کره دیگر برابر با صفر باشد، جرم کره ۴ چند برابر جرم کره ۲ است؟ (از ابعاد کره‌ها در مقایسه با فاصله آن‌ها چشم‌پوشی شود.)



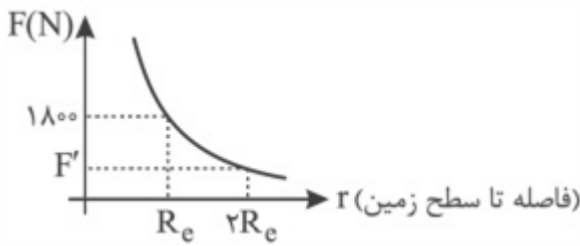
۸ (۴)

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰ نمودار نیروی گرانش وارد بر ماهواره‌ای که در اطراف زمین است، برحسب فاصله‌ی ماهواره تا سطح زمین مطابق شکل است.  $F'$  چند نیوتون است؟ ( $R_e$  شعاع زمین است)



۳۲۰ (۴)

۸۰۰ (۳)

۷۲۰ (۲)

۴۵۰ (۱)

۱۱ شتاب گرانشی زمین در چه فاصله‌ای برحسب کیلومتر تا سطح زمین برابر با  $\frac{40}{9} \frac{m}{s^2}$  است؟

$$\left( R_e = 6400 \text{ km}, g = 10 \frac{m}{s^2} \right)$$

۴۴۰۰ (۴)

۳۶۰۰ (۳)

۳۲۰۰ (۲)

۲۴۰۰ (۱)

۱۲ دو جرم  $m_1 = 100 \text{ kg}$  و  $m_2$  در فاصله ۲ m از هم قرار دارند و نیروی گرانش بین آن‌ها برابر با  $1/6 \times 10^{-7}$  است. جرم  $m_2$  چند کیلوگرم است؟ (از اثرات گرانشی سایر اجسام صرف‌نظر می‌کنیم.)

$$(G = 6/67 \times 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg})$$

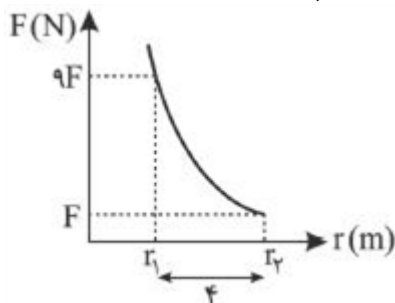
۱۴۴ (۴)

۱۲۵ (۳)

۹۶ (۲)

۷۵ (۱)

۱۳ نمودار نیروی گرانش بین دو ذره بر حسب فاصله بین آن‌ها به صورت زیر است. مقدار  $r_1$  چند متر است؟



۸ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

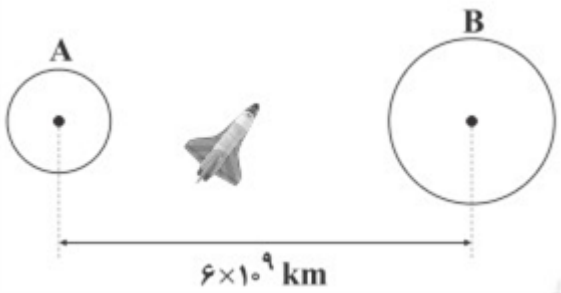
۱۴ در چه ارتفاعی برحسب کیلومتر از سطح زمین، نیروی گرانش وارد بر جسم ۳۶ درصد کمتر از نیروی گرانش وارد بر جسم در سطح زمین است؟ (شعاع زمین را  $6400 \text{ km}$  فرض کنید.)

- ۱) ۱۶۰۰      ۲) ۳۲۰۰      ۳) ۶۴۰۰      ۴) ۹۶۰۰

۱۵ در چه فاصله‌ای از سطح زمین (برحسب شعاع زمین  $(R_e)$ )، اندازه نیروی وزن جسمی به جرم  $60 \text{ kg}$  برابر با  $300 \text{ N}$  است؟  $(R_e)$  شعاع زمین و اندازه شتاب گرانشی در سطح زمین برابر با  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  می‌باشد.

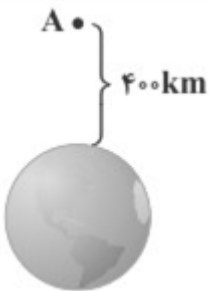
- ۱)  $(\sqrt{2} - 1)R_e$       ۲)  $\sqrt{2}R_e$       ۳)  $2R_e$       ۴)  $\frac{(\sqrt{2} - 1)}{2}R_e$

۱۶ در شکل زیر، چگالی و شعاع سیاره‌ی  $A$  به ترتیب برابر با  $5 \frac{g}{\text{cm}^3}$  و  $2000 \text{ km}$  و چگالی و شعاع سیاره‌ی  $B$  به ترتیب برابر با  $8 \frac{g}{\text{cm}^3}$  و  $5000 \text{ km}$  است. اگر برای نیروهای گرانشی وارد بر سفینه‌ای در فاصله‌ی بین این دو سیاره، برابر صفر باشد، فاصله‌ی این سفینه تا مرکز سیاره‌ی  $A$  چند کیلومتر است؟



- ۱)  $10^9$       ۲)  $2 \times 10^9$       ۳)  $3 \times 10^9$       ۴)  $4 \times 10^9$

۱۷ در شکل زیر، در نقطه‌ی  $A$  که در ارتفاع  $400$  کیلومتری از سطح سیاره‌ای قرار دارد، شتاب گرانش، ۱۹ درصد کمتر از شتاب گرانش در سطح سیاره است. چند کیلومتر دیگر از نقطه‌ی  $A$  بالا برویم تا شتاب گرانش، ۲۵ درصد شتاب گرانش در سطح سیاره شود؟



- ۱) ۳۲۰۰      ۲) ۳۶۰۰      ۳) ۸۰۰      ۴) ۱۶۰۰

۱۸ دو جرم  $m_A$  و  $m_B = \frac{1}{9} m_A$  به فاصله  $24 \text{ km}$  از یکدیگر قرار دارند. جرم  $m$  را در نقطه  $N$  روی خط واصل و در خارج از فاصله دو جرم قرار می‌دهیم تا نیروی گرانشی که هر یک از دو جرم به آن وارد می‌کنند، یکسان شود. فاصله‌ی نقطه  $N$  تا جرم  $m_A$  چند کیلومتر است؟

- ۱) ۶      ۲) ۱۸      ۳) ۳۶      ۴) ۱۲

۱۹ چگالی سیاره‌ی A، ۳ برابر و شعاع آن ۲ برابر سیاره‌ی B است. شتاب گرانش روی سطح سیاره‌ی A چند برابر شتاب گرانش روی سطح سیاره‌ی B است؟

- ۱  $\frac{3}{2}$  ۲  $\frac{2}{3}$  ۳ ۶ ۴  $\frac{1}{6}$

۲۰ نقطه‌ای را بین کره ماه و کره زمین تصور کنید که اگر جسمی در آن جا قرار گیرد، نیروی خالصی که از طرف ماه و زمین بر آن جسم وارد می‌شود، برابر صفر باشد. فاصله آن نقطه تا مرکز زمین چند برابر فاصله نقطه تا مرکز کره ماه است؟ (جرم کره زمین را ۸۱ برابر جرم کره ماه فرض کنید.)

- ۱ ۹ ۲ ۱۰ ۳ ۸۰ ۴ ۸۱

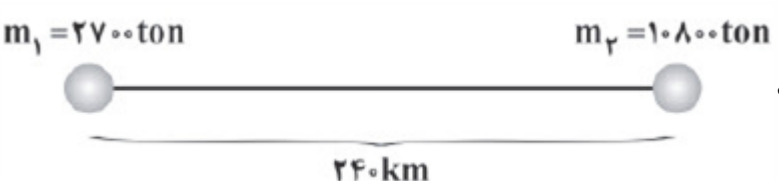
۲۱ چگالی سیاره A سه برابر چگالی سیاره B و شعاع آن دو برابر شعاع سیاره B است. شتاب گرانش در سطح سیاره B چند برابر شتاب گرانش در سطح سیاره A است؟

- ۱ ۶ ۲  $\frac{1}{6}$  ۳  $\frac{2}{3}$  ۴  $\frac{3}{2}$

۲۲ جرم کره‌ی زمین ۸۱ برابر جرم ماه است و فاصله‌ی مرکز زمین تا مرکز کره ۶۰ برابر شعاع زمین ( $R_e$ ) در نظر گرفته شود. یک ماهواره در چه فاصله‌ای از سطح زمین قرار گیرد تا برآیند نیروهای گرانشی وارد بر آن از طرف کره‌ی زمین و ماه صفر شود؟

- ۱  $7R_e$  ۲  $8R_e$  ۳  $53R_e$  ۴  $54R_e$

۲۳ در شکل زیر اگر جرم دلخواه  $m_3$  از دو جرم  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب در فاصله‌ی  $d_1$  و  $d_2$  قرار گیرد، در حالت تعادل خواهد بود. اختلاف  $d_1$  و  $d_2$  چند کیلومتر است؟



- ۱ ۶۰ ۲ ۱۲۰ ۳ ۸۰ ۴ ۱۶۰

۲۴ جرم سیاره‌ای برابر با جرم زمین است ولی حجم آن ۸ برابر حجم کره زمین می‌باشد. اندازه شتاب گرانش در سطح این سیاره کروی چند برابر اندازه شتاب گرانش در سطح زمین است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$  ۲  $\frac{1}{4}$  ۳  $\frac{1}{8}$  ۴  $\frac{1}{64}$

۲۵ دو جسم کروی با جرم‌های  $m_1 = 2\text{kg}$  و  $m_2 = 8\text{kg}$  طوری کنار یکدیگر قرار گرفته‌اند که فاصله‌ی مراکز آن‌ها از هم برابر با ۶۰ cm است. در چند سانتی‌متری از مرکز جسم  $m_2$ ، برآیند نیروهای گرانشی وارد بر جسمی به جرم M از طرف دو جسم  $m_1$  و  $m_2$  برابر با صفر است؟

- ۱ ۲۰ ۲ ۳۰ ۳ ۴۰ ۴ ۵۰

۲۶ اگر یک سیاره به جرم ثابت به طور همگن منبسط شود و حجم آن ۸ برابر شود شدت جاذبه‌ی گرانشی در سطح آن سیاره چند برابر می‌شود؟

- ۱ ۱ ۲  $\frac{1}{2}$  ۳  $\frac{1}{4}$  ۴  $\frac{1}{8}$

۲۷ دو جسم به جرم  $M$  در فاصله‌ی  $d$  به یکدیگر نیروی گرانشی  $F$  را وارد می‌کنند. اگر جرم  $m$  را از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در همان فاصله به یکدیگر نیروی  $\frac{1}{9}F$  را وارد می‌کنند. در این صورت حاصل  $\frac{M}{m}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۸ دو جسم به جرم  $M$  از فاصله‌ی  $d$  به یکدیگر نیروی گرانشی  $F$  را وارد می‌کنند. اگر جرم  $m$  را از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در همان فاصله به یکدیگر نیروی گرانشی  $\frac{1}{9}F$  را وارد می‌کنند. در این صورت حاصل  $\frac{M}{m}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۹ دو جسم با جرم‌های مساوی  $M$  در فاصله‌ی  $d$  از یکدیگر قرار دارند و به یکدیگر نیروی گرانشی  $F$  را وارد می‌کنند. اگر جرم  $m$  را از یکی برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در همان فاصله به یکدیگر نیروی گرانشی  $\frac{1}{9}F$  را وارد می‌کنند. در این صورت حاصل  $\frac{M}{m}$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۰ اگر به وسیله‌ی حفر چاهی از سطح زمین به طرف مرکز آن برویم، شتاب گرانش:

- ۱ کاهش می‌یابد. ۲ افزایش می‌یابد.  
۳ ثابت می‌ماند. ۴ ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۱) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{M_2}{M_1} \times \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

۲) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وزن شخص در سطح سیاره که شعاع آن دو برابر شعاع زمین است  $W_1$  و در فاصله مورد

$$\frac{W_2}{W_1} = \frac{mg_2}{mg_1} = \frac{g_2}{g_1}$$

نظر را با  $W_2$  نمایش می‌دهیم.

از طرفی داریم:

$$\frac{g_2}{g_1} = \left( \frac{R_x}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{16} = \left( \frac{2R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{4} = \frac{2R_e}{R_e + h} \Rightarrow h = 3R_e$$

۳) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g = G \frac{M}{R^2} = 6.67 \times 10^{-11} \times \frac{6 \times 10^{24}}{(6 \times 10^6)^2} = \frac{10^{12}}{10^{12}} = 10 \frac{m}{s^2}$$

۴) گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$g = G \frac{M}{R^2} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{M'}{M} \times \left( \frac{R}{R'} \right)^2 = 3 \times \left( \frac{1}{2} \right)^2 = \frac{3}{4} = 75\%$$

۵) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وقتی در مکان جدید شتاب گرانشی جدید ۹۶ درصد کاهش یابد، شتاب گرانشی در آن مکان

برابر  $g_e = \frac{GM_e}{R_e^2}$  خواهد شد. بنابراین، با استفاده از رابطه‌های  $g_h = g_e - 0.04g_e = 0.96g_e$  و

$$R_h = \frac{GM_e}{(g_h)^2} \text{ به صورت زیر } h \text{ را پیدا می‌کنیم:}$$

$$\begin{aligned} \frac{g_h}{g_e} &= \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{g_h = 0.96g_e} \frac{0.96g_e}{g_e} = \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \\ \Rightarrow \frac{4}{100} &= \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} \frac{2}{10} = \frac{R_e}{R_e + h} \Rightarrow 2R_e + 2h = 10R_e \\ \Rightarrow 2h &= 8R_e \Rightarrow h = 4R_e \xrightarrow{R_e = 6400 \text{ km}} h = 4 \times 6400 \Rightarrow h = 25600 \text{ km} \end{aligned}$$

۶) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شتاب گرانش با جرم سیاره رابطه مستقیم و با مربع شعاع سیاره رابطه عکس دارد. لذا

می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{g_A}{g_e} &= \frac{M_A}{M_e} \times \left( \frac{R_e}{R_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{W_A}{W_e} = \frac{M_A}{M_e} \times \left( \frac{R_e}{R_A} \right)^2 \xrightarrow{W_A = 160N, M_A = 2M_e, R_A = 3R_e} \\ \frac{160}{W_e} &= \frac{2M_e}{M_e} \times \left( \frac{R_e}{3R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{160}{W_e} = 2 \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{80}{W_e} = \frac{1}{9} \Rightarrow W_e = 720N \end{aligned}$$

۷) گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{g_{\text{زمین}}}{g_{\text{ماه}}} = \frac{M_{\text{زمین}}}{M_{\text{ماه}}} \left( \frac{R_{\text{ماه}}}{R_{\text{زمین}}} \right)^2 \Rightarrow \frac{g_{\text{زمین}}}{g_{\text{ماه}}} = 80 \times \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{g_{\text{زمین}}}{g_{\text{ماه}}} = 5 \Rightarrow g_{\text{ماه}} = \frac{g_{\text{زمین}}}{5} = \frac{980}{5} \Rightarrow g_{\text{ماه}} = 196 \frac{\text{cm}}{s^2}$$

۸

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از رابطه نیروی گرانش در ارتفاع  $h$  از سطح زمین یعنی  $W' = \frac{GM_e \cdot m}{(R_e + h)^2}$  استفاده می‌کنیم:

$$\frac{W'_2}{W'_1} = \left( \frac{R_e + h_1}{R_e + h_2} \right)^2 = \left( \frac{R_e + \frac{R_e}{2}}{R_e + 2R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{W'_2}{W'_1} = \left( \frac{\frac{3}{2}R_e}{3R_e} \right)^2 = \frac{1}{4}$$

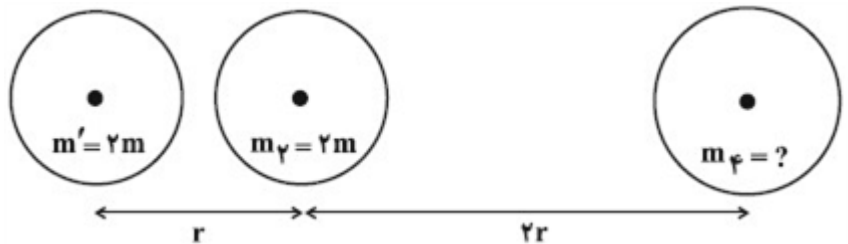
$$\frac{\Delta W'}{W'_1} = -\frac{3}{4} = -75\%$$

بنابراین نیروی گرانش با وزن ۷۵ درصد کاهش می‌یابد.

۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به برابر بودن فاصله بین مراکز کره‌های ۱ و ۳ با مرکز کره ۲ و  $m_1 = 3m_2$ ، طبق

رابطه  $F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$  نتیجه می‌شود  $F_{12} = 3F_{23}$  است، پس می‌توان به جای کره‌های ۱ و ۳، کره‌ای فرضی به جرم  $m' = 2m$  در جای کره ۱ گذاشت:



اکنون نیروهای وارد بر مرکز کره ۲ از طرف دو کره دیگر برابرند:

$$\frac{Gm' m_2}{r^2} = \frac{Gm_3 m_2}{(2r)^2} \Rightarrow \frac{2m}{r^2} = \frac{m_3}{4r^2} \Rightarrow m_3 = 8m \Rightarrow \frac{m_3}{m_2} = 4$$

۱۰

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنا بر رابطه  $F = \frac{GMM_e}{(R_e + h)^2}$  با مقایسه‌ی دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{1800} = \left( \frac{R_e + R_e}{R_e + 2R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{1800} = \frac{4}{9} \Rightarrow F' = 800 \text{ N}$$

۱۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} g' = \frac{GM_e}{r^2} \\ g = \frac{GM_e}{R_e^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{g'}{g} = \frac{\frac{GM_e}{r^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \left( \frac{R_e}{r} \right)^2 \Rightarrow \frac{40}{10} = \left( \frac{R_e}{r} \right)^2$$

$$r = 9600 \text{ km} \Rightarrow h = r - R_e = 9600 - 6400 = 3200 \text{ km}$$

۱۲

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

طبق معادله نیروی گرانش داریم:

$$F_G = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\rightarrow m_2 = \frac{F_G \times r^2}{G m_1} \rightarrow m_2 = \frac{1/6 \times 10^{-7} \times (2)^2}{6/67 \times 10^{-11} \times 100} = \frac{6/4 \times 10^{-7}}{6/67 \times 10^{-9}} = 0/96 \times 10^2 = 96 \text{ kg}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۳

$$r_1 = r, r_2 = r + r$$

$$F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} = \left( \frac{r}{r+r} \right)^2 \Rightarrow 3r = r + r \Rightarrow 2r = r \Rightarrow r = 2m$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۴

$$\frac{F'}{F} = \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2 \Rightarrow \frac{64}{100} = \left( \frac{R_e}{R_e + h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{R_e}{R_e + h} = \frac{8}{10} \Rightarrow 10R_e = 8R_e + 8h$$

$$\Rightarrow 2h = 2R_e \Rightarrow h = \frac{1}{2}R_e \Rightarrow h = \frac{1}{2} \times 6400 = 3200 \text{ km}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از رابطه اندازه شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین و مقایسه آن با اندازه شتاب ۱۵

$$W_1 = mg = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$$

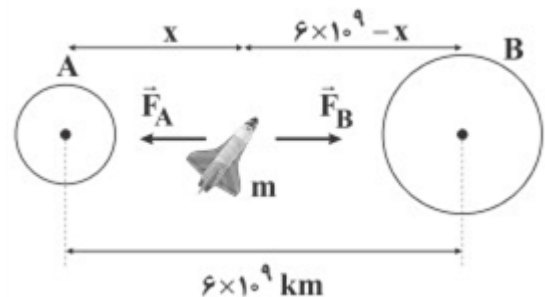
گرانشی در سطح زمین داریم:

$$W_h = 300 \text{ N}$$

$$W = mg = mG \frac{M_e}{r^2} \Rightarrow \frac{W_1}{W_h} = \left( \frac{R_e + h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow \frac{600}{300} = \left( \frac{R_e + h}{R_e} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{2} = \frac{R_e + h}{R_e}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2}R_e = R_e + h \Rightarrow h = (\sqrt{2} - 1)R_e$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، برای آن که سفینه در تعادل باشد، کافی است نیروی گرانشی که دو سیاره به آن وارد می‌کنند، هم‌اندازه باشند. ۱۶



$$F_A = G \frac{M_A m}{x^2 \times 10^6} = G \frac{\rho_A \times \frac{4}{3} \pi R_A^3 \times m}{x^2 \times 10^6}$$

$$F_B = G \frac{M_B m}{(6 \times 10^4 - x)^2 \times 10^6} = G \frac{\rho_B \times \frac{4}{3} \pi R_B^3 \times m}{(6 \times 10^4 - x)^2 \times 10^6}$$

$$\xrightarrow{F_A = F_B} \frac{\rho_A R_A^3}{x^2} \Rightarrow \frac{5 \times (2000)^3}{x^2} = \frac{8 \times (5000)^3}{(6 \times 10^4 - x)^2}$$

$$\xrightarrow{\text{چون}} \frac{1}{x} = \frac{5}{6 \times 10^4 - x} \Rightarrow 5x = 6 \times 10^4 - x \Rightarrow x = 10^4 \text{ km}$$

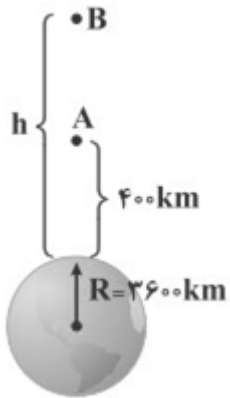
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای مقایسه‌ی شتاب گرانش در نقطه‌ی  $A$  و سطح سیاره داریم:

$$g = G \frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow \frac{g_A}{g_0} = \left( \frac{R}{R+h} \right)^2$$

$$\frac{g_A = \frac{1}{10} g_0}{h = 400 \text{ km}} = \left( \frac{R}{R+400} \right)^2 \Rightarrow \frac{1}{10} = \frac{R}{R+400}$$

$$\Rightarrow 9R + 3600 = 10R \Rightarrow R = 3600 \text{ km}$$

بنابراین شعاع سیاره برابر با  $3600 \text{ km}$  است. حال می‌خواهیم نقطه‌ای مانند  $B$  را پیدا کنیم که شتاب گرانش در آن،  $25$  درصد شتاب گرانش در سطح سیاره باشد. در این حالت می‌توان نوشت:

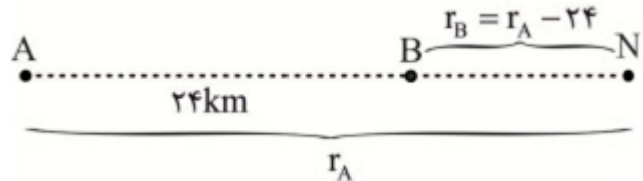


$$\frac{g_B}{g_0} = \left( \frac{R}{R+h} \right)^2 \Rightarrow \frac{25}{100} = \left( \frac{3600}{3600+h} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{5}{10} = \frac{3600}{3600+h} \Rightarrow h = 3600 \text{ km}$$

بنابراین نقطه‌ی  $B$  در فاصله‌ی  $3600 \text{ km}$  از سطح سیاره، یعنی  $7200 \text{ km}$  بالاتر از نقطه‌ی  $A$  قرار دارد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه مورد نظر باید به جرم کوچک‌تر ( $m_B$ ) نزدیک‌تر باشد:



$$F_A = F_B \rightarrow \frac{m_A}{r_A^2} = \frac{m_B}{r_B^2} \rightarrow \left( \frac{r_A}{r_A - 24} \right)^2 = \frac{m_A}{\frac{1}{9} m_A} \rightarrow \frac{r_A}{r_A - 24} = 3$$

$$\rightarrow r_A = 3r_A - 72 \rightarrow 2r_A = 72 \rightarrow r_A = 36 \text{ km}$$

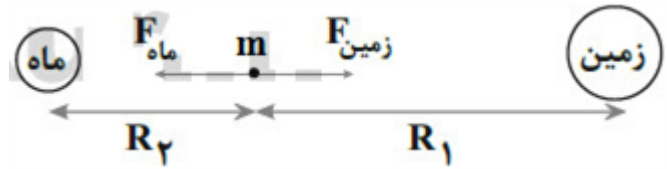
گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا رابطه‌ی شتاب گرانش را بر حسب شعاع و چگالی به دست می‌آوریم:

$$g = \frac{GM}{r^2} \xrightarrow{M=\rho V} g = \frac{G \times \rho \times \frac{4}{3} \pi r^3}{r^2} \Rightarrow g = \frac{4}{3} \pi G \rho r$$

$$\Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{r_A}{r_B} = 3 \times 2 = 6$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیروی گرانش وارد بر جسم از طرف زمین و ماه برابر است با:



$$F_{\text{زمین به جسم}} = \frac{GM_{\text{زمین}} m}{R_1^2}$$

$$F_{\text{ماه به جسم}} = \frac{GM_{\text{ماه}} m}{R_2^2}$$

$$\frac{F_{\text{زمین به جسم}}}{F_{\text{ماه به جسم}}} = \frac{M_{\text{زمین}}}{M_{\text{ماه}}} = \frac{M_{\text{ماه}}}{R_2^2} \Rightarrow \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{81} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{9}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه حجم و چگالی نسبت جرم دو سیاره را به دست می‌آوریم:

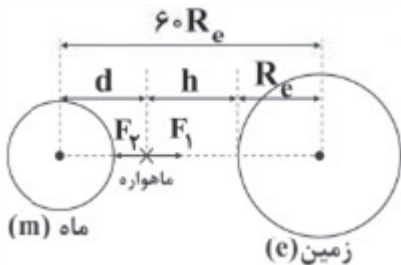
$$\frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A} = \frac{m_A}{m_B} \times \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{m_A}{m_B} \times \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^3 \Rightarrow 3 = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = 24$$

اکنون با توجه به قانون گرانش نیوتون داریم:

$$g = G \frac{m}{R^2} \Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left( \frac{R_A}{R_B} \right)^2 = \frac{1}{24} \times \left( \frac{R_B}{R_A} \right)^2 = \frac{1}{6}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید نیروی خالص وارد بر ماهواره‌ای به جرم M در نقطه‌ی موردنظر صفر می‌شود:



$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{M \times M_e}{(R_e + h)^2} = G \frac{M \times M_m}{d^2} \Rightarrow \frac{M_m}{(R_e + h)^2} = \frac{M_e}{d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_m}{R_e + h} = \frac{1}{d} \Rightarrow d = R_e + h \Rightarrow h = d - R_e$$

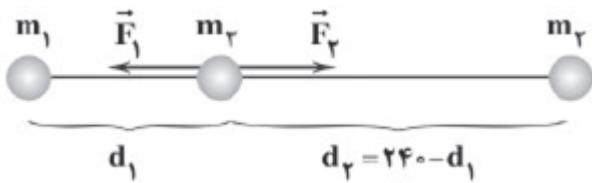
چون h برحسب  $R_e$  خواسته شده، پس d را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$h = 60 \times R_e - (h - R_e) - R_e \Rightarrow h = 59 R_e - h + R_e - R_e \Rightarrow 10h = 59 R_e - R_e$$

$$\Rightarrow h = 5 R_e$$

۲۳

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این نقطه بین دو جرم و نزدیک به جرم کوچکتر است.



$$F_T = 0 \Rightarrow F_1 = F_2$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{G m_1 m_2}{d_1^2} &= \frac{G m_2 m_2}{d_2^2} \Rightarrow \frac{2700}{d_1^2} = \frac{10800}{d_2^2} = \frac{1}{d_1^2} = \frac{4}{d_2^2} \Rightarrow \frac{1}{d_1} = \frac{2}{d_2} \Rightarrow d_2 = 2d_1 \\ d_2 &= 240 - d_1 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow d_1 = 80 \text{ km}, d_2 = 160 \text{ km}$$

$$\Delta d = 160 - 80 = 80 \text{ km}$$

در سؤال اختلاف این دو عدد خواسته شده است.

۲۴

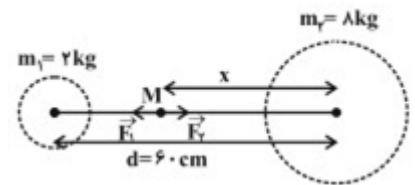
گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

اگر حجم سیاره ۸ برابر حجم زمین باشد، می‌توان نتیجه گرفت که شعاع آن ۲ برابر شعاع زمین است و با توجه به رابطه  $g = G \frac{m}{R^2}$ ، می‌توان نتیجه گرفت که با دوبرابر شدن شعاع، بزرگی شتاب گرانش  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود.

۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از قانون جهانی گرانش نیوتون، نقطه‌ای در فاصله‌ی بین دو کره و روی خط واصل مراکز آن‌ها، نزدیک به کره‌ی با جرم کمتر، برابند نیروهای گرانشی وارد بر هر جسم دیگری از جمله جسمی با جرم  $M$  برابر با صفر است. بنابراین داریم:

$$F_1 = F_2 \Rightarrow G \frac{m_1 M}{(60 - x)^2} = G \frac{m_2 M}{x^2} \Rightarrow \frac{2}{(60 - x)^2} = \frac{8}{x^2} \Rightarrow \frac{x}{60 - x} = 2 \Rightarrow x = 40 \text{ cm}$$



۲۶

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. وقتی حجم سیاره ۸ برابر می‌شود، یعنی شعاع آن ۲ برابر می‌شود و با توجه به رابطه‌ی  $g = G \frac{M}{R^2}$  و ثابت بودن جرم سیاره،  $g$  در سطح سیاره  $\frac{1}{4}$  برابر می‌شود.

۲۷

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بر طبق قانون جهانی گرانش نیوتون نیرویی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، از رابطه‌ی  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  به دست می‌آید. بنابراین برای حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{F'}{F} &= \frac{G \frac{(M-m)(M+m)}{d^2}}{G \frac{M^2}{d^2}} = \frac{\frac{1}{9} F}{F} = \frac{M' - m^2}{M^2} \Rightarrow \frac{1}{9} M^2 = M^2 - m^2 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{9} M^2 \\ \Rightarrow \left( \frac{M}{m} \right)^2 &= 9 \Rightarrow \frac{M}{m} = 3 \end{aligned}$$

۲۸ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\frac{F'}{F} = \frac{G \frac{(M-m)(M+m)}{d^2}}{G \frac{M}{d^2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{9} F}{F} = \frac{M^2 - m^2}{M^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{9} M^2 = M^2 - m^2$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{9} M^2 \Rightarrow \left(\frac{M}{m}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{M}{m} = 3$$

۲۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بر طبق قانون جهانی گرانش نیوتون، نیرویی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند از رابطه‌ی  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$  به دست می‌آید. بنابراین برای حالت‌های اول و دوم می‌توان نوشت:

$$\frac{F'}{F} = \frac{G \frac{(M-m)(M+m)}{d^2}}{G \frac{M}{d^2}} \Rightarrow \frac{\frac{1}{9} F}{F} = \frac{M^2 - m^2}{M^2} \Rightarrow \frac{1}{9} M^2 = M^2 - m^2$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{1}{9} M^2 \Rightarrow \left(\frac{M}{m}\right)^2 = 9 \Rightarrow \frac{M}{m} = 3$$

۳۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. شتاب گرانشی روی سطح زمین بیش‌ترین مقدار خود را دارد و هرچه به طرف مرکز زمین پیش برویم از مقدار آن کاسته می‌شود.

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| ۱  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۸  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

