

کارتنامه خرد

فصل سوم

کاروانرژی پارت اول

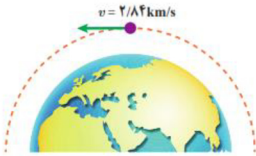
فصل سوم : کار، انرژی و توان



تمرین ۱-۲

صفحه ۳۰

ماهواره‌ای به جرم 224 kg ، با تندی ثابت $2 / 84 \text{ km/s}$ دور زمین می‌چرخد. انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول حساب کنید.



$$m = 224 \text{ kg}, v = 2 / 84 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 2 / 84 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 224 \times (2 / 84 \times 10^3)^2 = \frac{1}{2} \times 224 \times (2 / 84)^2 \times 10^6 \approx 9.03 \times 10^6 = 9.03 \times 10^2 \text{ MJ}$$



تمرین ۲-۲

صفحه ۳۰

جرم خودرویی به همراه راننده‌اش $8 / 40 \times 10^3 \text{ kg}$ است (شکل زیر). تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو ($\Delta K = K_2 - K_1$) را بین این دو نقطه حساب کنید.



$$v_1 = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}, m = 8400 \text{ kg}$$

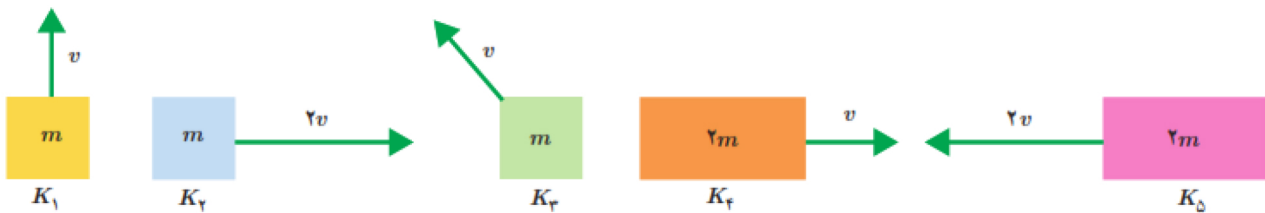
$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 8400 \times (25^2 - 18^2) = 1.26 \times 10^5 \text{ J}$$



پرسش ۱-۲

صفحه ۳۱

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



$$K_1 = \frac{1}{2} mv^2, K_2 = \frac{1}{2} m(2v)^2 = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2, K_3 = \frac{1}{2} mv^2$$

$$K_4 = \frac{1}{2} (2m)v^2 = \frac{2mv^2}{2} = mv^2, K_5 = \frac{1}{2} (2m)(2v)^2 = \frac{4mv^2}{2} = 2mv^2$$

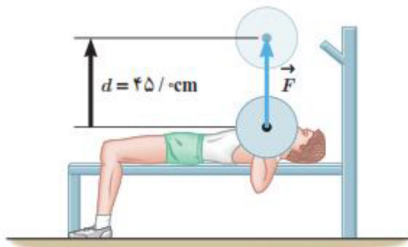
$$\left. \begin{array}{l} K_1 = \frac{1}{2} mv^2 \\ K_2 = 2mv^2 \\ K_3 = \frac{1}{2} mv^2 \\ K_4 = mv^2 \\ K_5 = 2mv^2 \end{array} \right\} \rightarrow K_1 = K_3 < K_4 < K_2 < K_5$$



تمرین ۳-۲

صفحه ۳۳

ورزشکاری وزنه‌ای به جرم $68 / 0 \text{ kg}$ را به طور یکنواخت، $45 / 0 \text{ cm}$ بالای سر خود می‌برد (شکل روبه‌رو). کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید. اندازه شتاب گرانش زمین را $g = 9 / 81 \text{ N/kg}$ بگیرید.



$$m = 68 \text{ kg}, d = 45 \text{ cm} = 0.45 \text{ m}, g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

نیروی که ورزشکار به وزنه وارد می‌کند، برابر با وزن این وزنه است، بنابراین:

$$F = mg = 68 \times 9.8 = 666 \text{ N}$$

نیرو در جهت جابه‌جایی است، بنابراین کار ورزشکار روی وزنه برابر است با:

$$W = Fd = 666 \times 0.45 = 299.7 \text{ J}$$

صفحه ۳۳

تمرین ۴-۲



شکل روبه‌رو شخصی را در حال هل دادن یک گاری حمل بار روی سطحی هموار و بدون اصطکاک با نیرویی به بزرگی $F = 66 \text{ N}$ نشان می‌دهد. اگر گاری 18 m در جهت نیرو جابه‌جا شود، کاری را که شخص روی گاری انجام می‌دهد، چقدر است؟

چون نیرو در جهت جابه‌جایی است کار انجام شده برابر است با:



$$F = 66 \text{ N}, d = 18 \text{ m}$$

$$W = Fd = 66 \times 18 = 1188 \text{ J} \rightarrow W = 1.188 \times 10^3 \text{ J}$$

صفحه ۳۵

تمرین ۵-۲



تمرین ۳-۲ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی $\vec{F}$ ، وزنه را به آرامی پایین می‌آورد (شکل روبه‌رو). توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد؟

در این حالت جابجایی به پایین و نیروی ورزشکار رو به بالا است و زاویه بین نیرو و

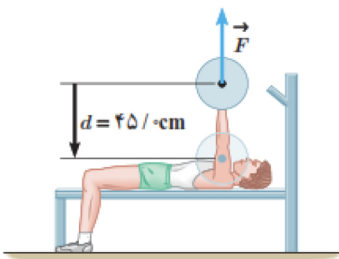
جابجایی برابر $\theta = 180^\circ$ است. پس کار انجام شده توسط ورزشکار برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta = 666 \times 0.45 \times \cos 180^\circ = -299.7 \text{ J}$$

توجه کنید که وقتی ورزشکار وزنه را بالا می‌برد، کار انجام شده توسط ورزشکار 299.7 J

است، یعنی به وزنه انرژی داده شده ولی زمانی که ورزشکار وزنه را پایین می‌آورد، کار انجام

شده توسط ورزشکار -299.7 J است، یعنی از وزنه انرژی گرفته شده است.



صفحه ۳۵

پرسش ۲-۲



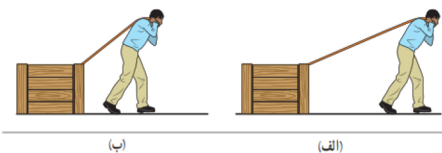
شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه‌تر (شکل ب) روی سطحی هموار می‌کشد. اگر جابجایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می‌دهد، یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ‌تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت ناچیز فرض کنید.

رابطه کار برابر $W = Fd \cos \theta$ است و کار و جابجایی در هر دو مورد برابر است

و در حالت (ب) طول طناب کوتاه‌تر (زاویه θ بزرگ‌تر) و در حالت (الف) طول

طناب بلندتر (زاویه θ کوچک‌تر) است. هر چه θ بزرگ‌تر باشد، $\cos \theta$ کوچک

تر است و در نتیجه نیروی بیشتری نیاز است. بنابراین در حالت (ب) نیروی بیشتری نیاز است.



(ب)

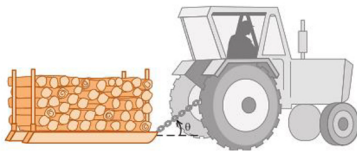
(الف)

صفحه ۳۶

تمرین ۶-۲



کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه‌ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه‌ی $235m$ جابه‌جا می‌کند (شکل زیر). وزن کل سورتمه و بار آن $mg = 1/47 \times 10^4 N$ است. تراکتور نیروی ثابت $F_1 = 5/10 \times 10^3 N$ را در زاویه‌ی $\theta = 45^\circ$ بالای افق به سورتمه وارد می‌کند. نیروی اصطکاک جنبشی $f_k = 3/50 \times 10^3 N$ است که بر خلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می‌شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را به دو روش محاسبه کنید.



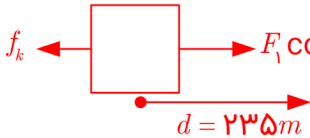
$$(\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 180^\circ = -1)$$

روش اول: کار هر یک از نیروها را در این جابه‌جایی به دست آورده و حاصل جمع آنها را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} W_1 &= (F_1 \cos 45^\circ) d = 5 \times 10^3 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 235 \approx 830725 J \\ W_f &= (f_k \cos 180^\circ) d = 3/50 \times 10^3 \times (-1) \times 235 \approx -822500 J \end{aligned} \right\} \rightarrow W_t = W_1 + W_f = 830725 - 822500 = 8225 J$$

روش دوم: اندازه نیروی خالص در جهت جابه‌جایی را محاسبه کرده و کار آن را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} F_t &= F_1 \cos \theta - f_k = 5 \times 10^3 \times \cos 45^\circ - 3/50 \times 10^3 = 3535 - 3500 \approx 35 N \\ W_t &= F_t d = 35 \times 235 = 8225 J \rightarrow W_t = 8225 J \end{aligned} \right\}$$

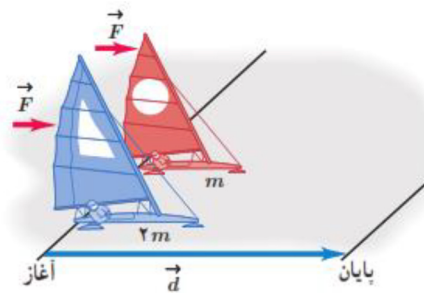


صفحه ۳۹

تمرین ۷-۲



دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم‌های m و $2m$ روی دریاچه‌ی افقی و بدون اصطکاکی قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان $\vec{F}$ با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و از خط پایان به فاصله‌ی d می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.



چون نیرو F و جابه‌جایی d در هر دو قایق یکسان است، کار کل انجام شده در هر دو قایق برابر است:

$$W_1 = W_2 \rightarrow \text{کار کل قایق آبی} = \text{کار کل قایق قرمز} \quad (1)$$

هر دو قایق از حالت سکون شروع به حرکت کرده‌اند، پس، انرژی جنبشی اولیه هر دو قایق صفر است:

$$K_{1s} = K_{2s} = 0$$

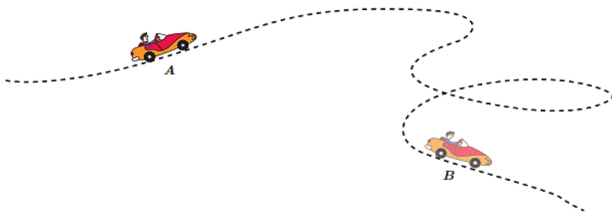
$$\left. \begin{aligned} W_1 &= K_{1e} - K_{1s} = K_{1e} = \frac{1}{2} m v_{1e}^2 \\ W_2 &= K_{2e} - K_{2s} = K_{2e} = \frac{1}{2} (2m) v_{2e}^2 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{W_1=W_2} \frac{1}{2} m v_{1e}^2 = \frac{1}{2} (2m) v_{2e}^2 \rightarrow v_{1e} = \sqrt{2} v_{2e}$$

بنابراین سرعت قایق (۱)، $\sqrt{2}$ برابر سرعت قایق (۲) است.



تمرین ۸-۲

صفحه ۴۰



جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده‌اش $8/4 \times 10^3 \text{ kg}$ است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی خودرو $7/35 \times 10^4 \text{ J}$ است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر 54 km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟

$$m = 840 \text{ kg}, W_t = 7/35 \times 10^4 \text{ J} = 73500 \text{ J}, V_A = 54 \text{ km/h} \times \frac{10}{36} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, V_B = ?$$

$$W_t = K_B - K_A \rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 \rightarrow 73500 = \frac{1}{2} \times 840 \times v_B^2 - \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2$$

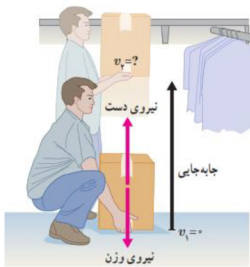
$$\rightarrow 73500 = 420v_B^2 - 94500 \rightarrow 73500 + 94500 = 420v_B^2 \rightarrow 168000 = 420v_B^2 \rightarrow v_B^2 = \frac{168000}{420}$$

$$\rightarrow v_B^2 = 400 \rightarrow v_B = \sqrt{400} = 20 \rightarrow v_B = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



تمرین ۹-۲

صفحه ۴۰



شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت $52/7 \text{ N}$ ، جعبه‌ای به جرم $4/10 \text{ kg}$ را از حال سکون در امتداد قائم جابجا می‌کند.

الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه در ارتفاع $1/4 \text{ m}$ به طور جداگانه حساب کنید.

$$m = 4/10 \text{ kg}, F = 52/7 \text{ N}, d = 1/4 \text{ m}$$

نیروی دست در جهت جابجایی است، پس کار انجام شده توسط دست (شخص) برابر است با:

$$W_t = Fd = 52/7 \times 1/4 = 73/78 \text{ J} \rightarrow W_t = 73/8 \text{ J}$$

نیروی وزن جعبه در خلاف جهت جابجایی است ($\theta = 180^\circ$)، کار انجام شده توسط نیروی وزن برابر است با:

$$W_p = mgd \cos 180^\circ = 4/10 \times 10 \times 1/4 \times (-1) = -57/4 \text{ J} \rightarrow W_p = -57/4 \text{ J}$$

ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع $1/4 \text{ m}$ چقدر است؟

$$W_t = W_t + W_p = 73/8 - 57/4 = 16/4 \text{ J} \rightarrow W_t = 16/4 \text{ J}$$

پ) با استفاده از قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را در ارتفاع $1/4 \text{ m}$ حساب کنید.

چون سرعت اولیه جعبه صفر است، انرژی جنبشی اولیه آن نیز صفر خواهد بود، بنابراین داریم:

$$W_t = K_p - K_i \rightarrow W_t = K_p \rightarrow W_t = \frac{1}{2}mv_p^2 \rightarrow 16/4 = \frac{1}{2} \times 4/10 \times v_p^2 \rightarrow 16/4 = 2/5 v_p^2$$

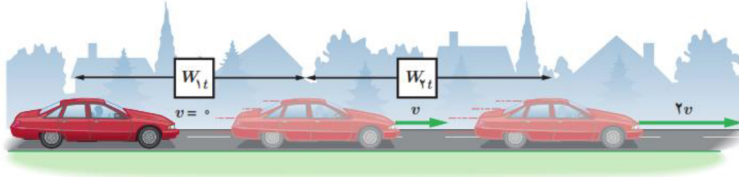
$$v_p^2 = \frac{16/4}{2/5} \rightarrow v_p = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

صفحه ۴۰

پرسش ۳-۲



برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون به v برسد، باید کار کل W_{1t} روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v به $2v$ برسد، باید کار کل W_{2t} روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت W_{1t} / W_{2t} چقدر است؟



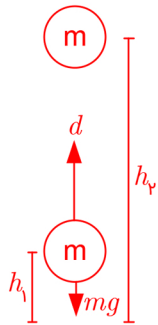
$$\frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{K_v - K_0}{K_{2v} - K_v} = \frac{\frac{1}{2}mv^2 - 0}{\frac{1}{2}m(2v)^2 - \frac{1}{2}mv^2} = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}m(4v^2 - v^2)} = \frac{v^2}{3v^2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{1}{3}$$

صفحه ۴۲

تمرین ۱۰-۲



برای جسمی به جرم m که رو به بالا حرکت می‌کند و از سطح زمین دور می‌شود نشان دهید کار نیروی وزن، همچنان از رابطه $۶-۲$ به دست می‌آید. فرض کنید که جسم به اندازه‌ی کافی نزدیک به سطح زمین بماند به گونه‌ای که وزن آن ثابت باشد.



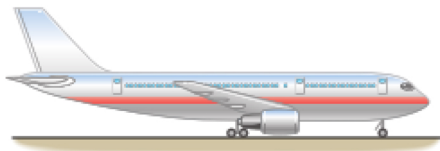
$$W = mgd \cos 180^\circ = -mgd = -mg(h_2 - h_1) = -(mgh_2 - mgh_1) = -(U_2 - U_1) \rightarrow W = -\Delta U$$

صفحه ۴۴

تمرین ۱۱-۲



انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) یک هواپیمای مسافربری به جرم $۷ / ۵۰ \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی ۸۶۴ km/h در ارتفاع $۹ / ۶۰ \times 10^3 \text{ m}$ حرکت می‌کند چقدر است؟ مقدار این انرژی‌ها را با هم مقایسه کنید.



$$m = ۷ / ۵۰ \times 10^4 \text{ kg}, v = ۸۶۴ \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{۱۰}{۳۶} = ۲۴۰ \frac{\text{m}}{\text{s}}, h = ۹ / ۶۰ \times 10^3 \text{ m}, K = ?, U = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times ۷ / ۵۰ \times 10^4 \times (۲۴۰)^2 = ۲۱۶۰۰۰ \times 10^4 = ۲۱ / ۶ \times 10^8 \text{ J} \rightarrow K = ۲۱ / ۶ \times 10^8 \text{ J}$$

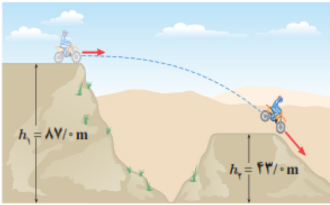
$$U = mgh = ۷ / ۵۰ \times 10^4 \times ۱۰ \times ۹ / ۶۰ \times 10^3 = ۷۲ \times 10^8 \text{ J} \rightarrow U = ۷۲ / ۰ \times 10^8 \text{ J}$$

$$U - K = ۷۲ \times 10^8 - ۲۱ / ۶ \times 10^8 = ۵۰ / ۴ \times 10^8 \rightarrow U - K = ۵۰ / ۴ \times 10^8 \text{ J}$$

در این ارتفاع انرژی پتانسیل گرانشی هواپیما $۵۰ / ۴ \times 10^8 \text{ J}$ بیشتر از انرژی جنبشی آن است.

صفحه ۴۴

تمرین ۱۲-۲



جرم موتورسواری با موتورش 147 kg است. این موتور سوار، پرشی مطابق شکل روبه‌رو انجام می‌دهد.

الف) انرژی پتانسیل گرانشی موتور سوار را روی هر یک از تپه‌ها حساب کنید ($9/81\text{ m/s}^2$).

$$U_1 = mgh_1 = 147 \times 9/81 \times 87 = 125460/09\text{ J} \rightarrow U_1 = 125 \times 10^3\text{ J}$$

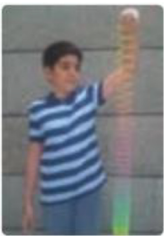
$$U_p = mgh_p = 147 \times 9/81 \times 43 = 62009/01\text{ J} \rightarrow U_p = 62 \times 10^3\text{ J}$$

ب) کار نیروی وزن موتورسوار را در این جابجایی به دست آورید.

$$\text{وزن } W = -\Delta U = -(U_p - U_1) = -(62 \times 10^3 - 125 \times 10^3) = 63 \times 10^3\text{ J} = W = 63 \times 10^3\text{ J}$$

صفحه ۴۶

فعالیت ۱-۲



یک فنر فلزی یا پلاستیکی نرم و نسبتاً بلند اختیار کنید. فنر را مطابق شکل روبه‌رو، از یک طرف آن در امتداد قائم آویزان کنید. ابتدا پیش‌بینی کنید که با رها کردن فنر چه اتفاقی می‌افتد؟ فنر را رها کنید و با دقت تمامی تبدیل‌های انرژی آن را بررسی کنید و نتیجه را به کلاس ارائه دهید. اگر دوربین با امکان ضبط و پخش آهسته‌ی فیلم در اختیار دارید، فیلمی از این فعالیت تهیه کنید و آن را به طور آهسته مشاهده کنید.

(۱) قبل از رها کردن، فنر انرژی پتانسیل کشسانی و گرانشی دارد.

(۲) با رها کردن و باز شدن فنر، انرژی پتانسیل کشسانی و گرانشی آن کاهش و انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد تا به حالت تعادل برسد. در حالت تعادل بیشترین انرژی جنبشی را دارد.

(۳) با گذشتن فنر از حالت تعادل از انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی آن کاسته و به انرژی پتانسیل کشسانی آن افزوده می‌شود تا در نهایت فنر متوقف شده و باز می‌گردد.

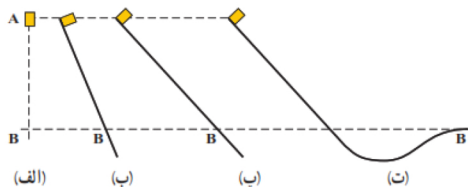
(۴) در ادامه همین روند تکرار می‌شود.

صفحه ۴۷

پرسش ۴-۲



شکل روبه‌رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می‌دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می‌کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می‌کند. تندی جسم را در نقطه‌ی B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.



چون مسیرها بدون اصطکاک هستند بنابراین بنا به قانون پایستگی انرژی

مکانیکی کل انرژی مکانیکی هر حالت در نقطه A و B با هم برابر هستند. چون ارتفاع اولیه در هر چهار حالت برابر است، پس انرژی اولیه در هر چهار حالت برابر mgh_A است. نقاط B در هر چهار حالت نیز هم ارتفاع هستند، پس انرژی پتانسیل گرانشی در این نقطه نیز برای هر چهار حالت برابر است. بنابراین در هر چهار حالت انرژی جنبشی در نقطه B با هم برابر است و تندی آنها نیز با هم برابر خواهد بود.



تمرین ۲-۱۳

صفحه ۴۸

در مثال ۱۲-۲ مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع h_1 بگیرید و بر این اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانه‌ی سبد حساب کنید.

$$h_1 = 0, \quad v_1 = 7/2 \frac{m}{s}, \quad h_2 = 3 - 1/9 = 1/1 m, \quad v_2 = ?$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2 \rightarrow \frac{1}{2} \times (7/2)^2 + 0 = \frac{1}{2}v_2^2 + 9/11 \times 1/1$$

$$\rightarrow 25/92 = \frac{1}{2}v_2^2 + 10/79 \rightarrow 25/92 - 10/79 = \frac{1}{2}v_2^2 \rightarrow 15/13 = \frac{1}{2}v_2^2 \rightarrow v_2^2 = 30/26$$

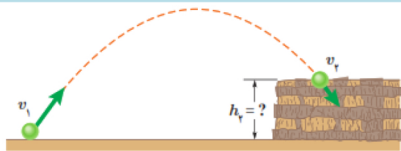
$$\rightarrow v_2 = \sqrt{30/26} \approx 5/5 \frac{m}{s}$$

اگر نقطه دیگری را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیرید، تفاوتی در پاسخ ایجاد نمی شود.



تمرین ۲-۱۴

صفحه ۴۹



تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی $v_1 = 42 \text{ m/s}$ به طرف صخره‌ای پرتاب می‌شود. اگر توپ با تندی $v_2 = 24 \text{ m/s}$ به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع h_2 را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.

$$v_1 = 42 \frac{m}{s}, \quad h_1 = 0, \quad v_2 = 24 \frac{m}{s}, \quad h_2 = ?$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 \rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh_2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 42^2 + 0 = \frac{1}{2} \times 24^2 + 9/11 \times h_2 \rightarrow 882 = 288 + 9/11 h_2 \rightarrow 882 - 288 = 9/11 h_2$$

$$\rightarrow 594 = 9/11 h_2 \rightarrow h_2 = \frac{594}{9/11} \approx 60/6 m \rightarrow h_2 = 60/6 m$$



پرسش ۲-۴

صفحه ۴۹

شخصی توپ در حال حرکتی را با دست خود می‌گیرد (شکل روبه‌رو). پس از توقف توپ، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟



انرژی از بین نرفته است و به انرژی درونی توپ، دست و محیط تبدیل شده و سبب گرم‌تر شدن آنها می‌شود. در حقیقت این انرژی تلف شده است.



تمرین ۲-۱۵

صفحه ۵۱

تویی به جرم 0.45 kg با تندی $v_1 = 8 \text{ m/s}$ از نقطه‌ی A می‌گذرد. (شکل روبه‌رو). نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۲۰ درصد انرژی جنبشی توپ را تا رسیدن به نقطه‌ی B تلف می‌کنند. تندی توپ را در این نقطه به دست آورید.



انرژی جنبشی اولیه توپ عبارت است از:

$$K_A = \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times 8^2 = 14.4J \rightarrow K_A \approx 14J$$

چون ۲۰٪ از انرژی جنبشی توپ در مسیر تلف شده است؛ بنابراین ۸۰٪ از انرژی جنبشی اولیه توپ به نقطه‌ی B می‌رسد. بنابراین انرژی جنبشی توپ در نقطه‌ی B برابر است با:

$$K_B = \frac{80}{100} \times 14 = 11.2J \rightarrow K_B = 11J$$

$$K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow 11 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times v_B^2 \rightarrow 11 / 0.225 = v_B^2 \rightarrow v_B^2 = 48 \rightarrow v_B \approx 7 \frac{m}{s}$$

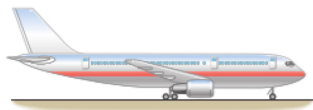
صفحه ۵۲

تمرین ۱۶-۲



هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری بوئینگ ۷۴۷، پیشرانهای (نیروی جلوبر هواپیما) برابر $1/97 \times 10^5 N$ ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه $15/6 km$ در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟

$$F = 1/97 \times 10^5, \quad \Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}, \quad d = 15/6 km = 15600 m, \quad \bar{P} = ?$$



کار انجام شده توسط هر موتور در هر دقیقه برابر است با:

$$W = Fd = 1/97 \times 10^5 \times 15600 = 30732 \times 10^5 J \rightarrow W = 3/07 \times 10^9 J$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{3/07 \times 10^9}{60} = 511/6 \times 10^5 W \rightarrow \bar{P} = 512 \times 10^5 W$$

چون هر اسب بخار برابر ۷۴۶ وات است، پس توان متوسط هر یک از موتورها برابر است با:

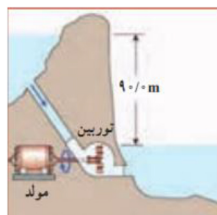
$$\bar{P} = 512 \times 10^5 \div 746 = 68632/7 hp \rightarrow \bar{P} = 686 \times 10^2 hp$$

صفحه ۵۴

تمرین ۱۷-۲



آب ذخیره شده در پشت سد یک نیروگاه برق‌آبی، از ارتفاع ۹۰٪ متری روی پره‌های توربینی می‌ریزد و آن را می‌چرخاند. با چرخش توربین، مولد می‌چرخد و انرژی الکتریکی تولید می‌شود (شکل روبه‌رو). اگر ۸۵ درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هرتانیه چند متر مکعب آب باید روی توربین بریزد تا توان الکتریکی خروجی مولد نیروگاه به $200 MW$ برسد؟ جرم هر متر مکعب آب را $1/00 \times 10^3 kg$ در نظر بگیرید.



$$h_1 = 90m, \quad h_2 = 0, \quad Ra = \frac{85}{100} = 0/85, \quad P = 200 MW = 200 \times 10^6 W$$

$$\Delta t = 1s, \quad \rho = 1000 \frac{kg}{m^3}, \quad g = 10 \frac{m}{s^2}, \quad V = ?$$

ابتدا مقدار انرژی خروجی توربین برای تأمین توان $200 MW$ را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{خروجی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{\Delta t} \rightarrow E = P \times \Delta t = 200 \times 10^6 \times 1 = 200 \times 10^6 J \rightarrow E = 200 \times 10^6 J$$

حال با استفاده از انرژی خروجی و بازده، انرژی ورودی به توربین را محاسبه می‌کنیم:

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \rightarrow E_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{Ra} = \frac{200 \times 10^6}{0.85} = 235 / 29 \times 10^6 J \rightarrow E = 235 \times 10^6 J$$

انرژی ورودی به توربین برابر کار نیروی وزن آب است، بنابراین:

$$E_{\text{ورودی}} = W_{\text{وزن}} = -\Delta U = -(U_p - U_1) = U_1 = mgh_1 \rightarrow E = mgh_1$$

$$\rightarrow 235 \times 10^6 = m \times 10 \times 90 \rightarrow m = \frac{235 \times 10^6}{900} = 0.261 \times 10^6 kg \rightarrow m = 261 \times 10^3 kg \quad \text{جرم آب}$$

$$\frac{261 \times 10^3}{1/0 \times 10^3} = 261 m^3 \rightarrow V = 261 m^3 \quad \text{حجم آب}$$

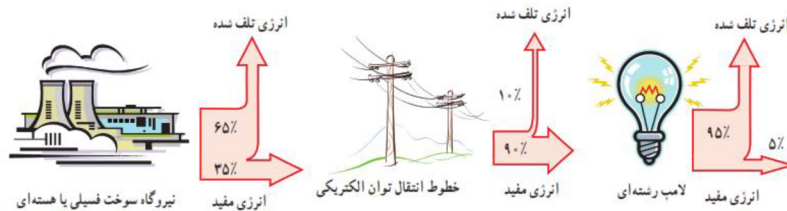
صفحه ۵۴

فعالیت ۲-۲



شکل زیر طرح واره‌ای از درصد انرژی مفید و انرژی تلف شدن در یک نیروگاه سوخت فسیلی یا هسته‌ای را از آغاز تا مصرف در یک لامپ رشته‌ای نشان می‌دهد.

الف) یک نیروگاه سوخت فسیلی را در نظر بگیرید که با مصرف گازوئیل، انرژی الکتریکی تولید می‌کند. با سوختن هر لیتر گازوئیل ۳۴/۲ مگاژول انرژی گرمایی تولید می‌شود. برای اینکه یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ وات در طول یک ماه به مدت ۱۸۰ ساعت روشن بماند (به طور میانگین هر شبانه‌روز ۶ ساعت)، چقدر گازوئیل باید در نیروگاه مصرف شود؟



$$\Delta t = 180h = 180 \times 3600 = 6 / 48 \times 10^5 s$$

کل زمان مصرف بر حسب ثانیه برابر است با؛

$$Ra = 0.35 \times 0.9 = 0.315$$

بازده کل از تولید تا مصرف انرژی الکتریکی برابر است با؛

انرژی مورد نیاز برای تأمین روشنایی لامپ رشته‌ای ۱۰۰ وات برابر است با؛

$$E = P \times \Delta t = 100 \times 6 / 48 \times 10^5 = 6 / 48 \times 10^7 J \rightarrow E = 6 / 48 \times 10^7 J$$

با توجه به بازده ۰/۳۱۵ برای تأمین این انرژی، نیروگاه باید انرژی زیر را تولید کند.

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \rightarrow E_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{Ra} = \frac{6 / 48 \times 10^7}{0.315} \approx 20 / 57 \times 10^7 J \rightarrow E = 20 / 6 \times 10^7 J$$

اگر همه انرژی گرمایی گازوئیل به انرژی الکتریکی تبدیل شود، داریم:

$$\text{گازوئیل مصرفی بر حسب لیتر} = \frac{\text{انرژی مصرفی}}{\text{انرژی هر لیتر گازوئیل}} = \frac{20 / 6 \times 10^7}{34 / 2 \times 10^6} = 0.602 \times 10 = 6 / 02 L$$

ب) با توجه به نتیجه قسمت الف، درک خود از هشدار معروف «لامپ اضافی خاموش!» را بیان کنید.

تلفات خیلی زیاد انرژی در مسیر تولید تا مصرف، مصرف ۶ لیتر گازوئیل برای روشن نگه داشتن هر لامپ رشته‌ای در ماه، بهره‌گیری از انرژی تجدیدناپذیر سوخت‌های فسیلی و همچنین آلودگی زیاد ناشی از مصرف این سوخت‌ها این هشدار را کاملاً جدی می‌سازد.

پ) اگر در سراسر ایران، هر خانه در طول یک ماه معادل انرژی الکتریکی مصرف شده در قسمت الف، صرفه‌جویی کند، مرتبه‌ی بزرگی گازوئیل صرفه‌جویی شده را تخمین بزنید.

$$10^7 \approx 2 \times 10^7 \approx 25,000,000 : \text{تعداد خانوار در سراسر کشور}$$

$$10^1 \approx 6 / 0.2 : \text{گازوئیل صرفه‌جویی شده هر خانوار}$$

$$10^8 \approx 10^1 \times 10^7 : \text{کل گازوئیل صرفه‌جویی شده}$$

صفحه ۵۵

فعالیت ۳-۲



مدت زمانی را که طول می‌کشد تا با دویدن به بالای یک راه پله برسید اندازه بگیرید. آهنگ انجام این کار را محاسبه کنید. پاسخ خود را بر حسب وات و اسب بخار بیان کنید.

$$h = 5m, \Delta t = 1s, m = 55kg, g = 10 \frac{N}{kg}$$

کار انجام شده برابر است با تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی:

$$W = \Delta U = (U_f - U_i) = mg(h_f - h_i) = mgh = 55 \times 10 \times 5 = 2750J \rightarrow W = 2750J$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{2750}{10} = 275W \rightarrow \bar{P} = 275W$$

چون هر اسب بخار ۷۴۶ وات است، توان متوسط بر حسب اسب بخار برابر است با:

$$\bar{P} = 275 \div 746 \approx 0.37hp \rightarrow \bar{P} = 0.37hp$$

کارتنامه خرد

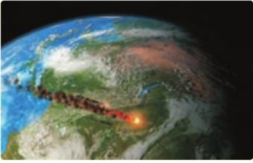
فصل سوم

کاروانرژی پارت دوم

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل ۲

۱-۲ انرژی جنبشی

۱) تقریباً بیشتر شهاب‌سنگ‌هایی که وارد جو زمین می‌شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهنده‌ی جو، به دمای بالایی می‌رسند و می‌سوزند. شکل روبه‌رو شهاب‌سنگی به جرم $1/35 \times 10^5 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که با تندی $4/12 \text{ km/s}$ وارد جو زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم $7/25 \times 10^4 \text{ kg}$ که با تندی 936 km/h در حرکت است مقایسه کنید.



انرژی جنبشی شهاب سنگ عبارت است از:

$$m = 1/35 \times 10^5 \text{ kg}, \quad v = 4/12 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 4/12 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad K_1 = ?$$

$$K_1 = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1/35 \times 10^5 \times (4/12 \times 10^3)^2 = \frac{1}{2} \times 1/35 \times 10^5 \times (4/12)^2 \times 10^6 \approx 11/46 \times 10^{11} \text{ J}$$

$$\rightarrow K_1 = 11/5 \times 10^{11} \text{ J}$$

انرژی جنبشی هواپیمای مسافربری برابر است با:

$$m = 7/25 \times 10^4 \text{ kg}, \quad v = 936 \times \frac{10}{36} = 260 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad K_2 = ?$$

$$K_2 = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 7/25 \times 10^4 \times (260)^2 = 245050 \times 10^4 \approx 2/45 \times 10^9 \text{ J} \rightarrow K_2 = 0/0245 \times 10^{11}$$

انرژی جنبشی شهاب سنگ تقریباً $\frac{K_1}{K_2} = \frac{11/5 \times 10^{11}}{0/0245 \times 10^{11}} \approx 449$ برابر انرژی جنبشی هواپیمای مسافربری است.



۲) حدود ۵۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیک آریزونا، آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله‌ای بزرگ از خود به جای گذاشته است (شکل روبه‌رو). با اندازه‌گیری‌های جدید (۲۰۰۵ میلادی) برآورد شده است که جرم این شهاب‌سنگ حدود $1/40 \times 10^8 \text{ kg}$ بوده و با تندی $12/0 \text{ km/s}$ به زمین برخورد کرده است. انرژی جنبشی این شهاب‌سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟ (خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT برابر $4/18 \times 10^9 \text{ J}$ است.)

$$m = 1/4 \times 10^8 \text{ kg}, \quad v = 12 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 12 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^8 \times (12 \times 10^3)^2 = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^8 \times 12^2 \times 10^6 = 100/8 \times 10^{14} \rightarrow K = 1/01 \times 10^{16} \text{ J}$$

۲-۲ و ۳-۲ کار انجام شده توسط نیروی ثابت و کار انرژی جنبشی

۳) در شکل‌های (الف) و (ب) جرم ارباب‌ها یکسان است. برای اینکه تندی ارباب‌ها از صفر به مقدار معین ۷ برسد، کار انجام شده در هر دو حالت را با هم مقایسه کنید.

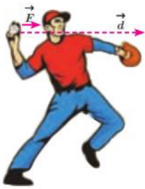


طبق قضیه کار و انرژی جنبشی $W_t = K_f - K_i$

کار انجام شده در قسمت الف: $W_{t1} = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow W_{t1} = \frac{1}{2}mv^2$

کار انجام شده در قسمت ب: $W_{t2} = K_f - K_i = \frac{1}{2}(2m)v_f^2 - \frac{1}{2}(2m)v_i^2 = mv^2 \rightarrow W_{t2} = mv^2$

کار انجام شده در قسمت (ب) دو برابر کار انجام شده در قسمت (الف) است. زیرا $W_{t2} = 2W_{t1}$



۴) ورزشکاری سعی می‌کند توپ بیسبالی به جرم $145g$ را با بیشترین تندی ممکن پرتاب کند. به این منظور، ورزشکار نیرویی به بزرگی $F = 75 / 0 N$ تا لحظه‌ی پرتاب توپ و در امتداد جابجایی ($d = 1 / 45 m$) بر آن وارد می‌کند (شکل روبه‌رو). تندی توپ هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدر است؟

$m = 145g = 0 / 145 kg$, $F = 75 N$, $d = 1 / 45 m$, $v_i = 0$, $v_f = ?$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی: $W_t = K_f - K_i \rightarrow W_F + W_{mg} = K_f - K_i$

نیروی وزن بر جابه‌جایی عمود است، بنابراین $W_{mg} = 0$ و انرژی جنبشی اولیه توپ صفر است: $K_i = 0$

$$W_F + W_{mg} = K_f - K_i \rightarrow W_F = K_f \rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv_f^2 \rightarrow 75 \times 1 / 45 = \frac{1}{2} \times 0 / 145 \times v_f^2$$

$$\rightarrow v_f^2 = \frac{75 \times 1 / 45}{0 / 5 \times 0 / 145} = 1500 \rightarrow v_f = \sqrt{1500} \approx 38 / 7 \frac{m}{s} \rightarrow v_f = 38 / 7 \frac{m}{s}$$

۵) آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه‌جایی می‌تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

بله، در حرکت‌های کند شونده، کار کل انجام شده بر روی جسم منفی می‌شود. طبق قضیه کار و انرژی جنبشی اگر سرعت جسم

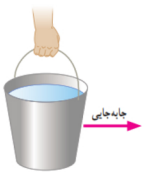
کاهش یابد، انرژی جنبشی آن نیز کاهش یافته و مطابق رابطه $W_t = K_f - K_i$ ، کار کل نیروهای وارد بر جسم منفی می‌شود.

۶) برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از صفر به v برساند باید مقدار کار W را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی

این جسم از صفر به $3v$ برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر W است؟

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی خالص وارد بر جسم برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم.

$$\left. \begin{aligned} v_i = 0 , v_f = v , W_1 = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow W_1 = \frac{1}{2}mv^2 \\ v_i = 0 , v_f = 3v , W_2 = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m(3v)^2 = \frac{9}{2}mv^2 \end{aligned} \right\} \rightarrow W_2 = 9W_1$$



۷) اگر مطابق شکل روبه‌رو سطلی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که با تندی ثابت در مسیر

افقی قدم می‌زنید روی سطل کاری انجام می‌دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چطور؟

پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید.

به سطل، نیرویی برابر با وزن سطل و رو به بالا به وارد می‌کنیم. چون سطل با تندی ثابت حرکت می‌کند،

شخص نیرویی در جهت افقی به آن وارد نمی‌کند. از طرفی زاویه بین نیروی F و جابه‌جایی d ، 90° است. بنابراین؛

$W = Fd \cos \theta = Fd \cos 90^\circ = 0$

اگر تندی متغیر باشد، شتاب و در نتیجه نیروی خالصی در راستای جابه‌جایی به سطل وارد خواهد شد. این نیرو روی سطل کار

انجام می‌دهد. $W = Fd \cos \theta > 0$

۸) شخصی گلوله‌ای برفی به جرم $158g$ را از روی زمین بر می‌دارد و تا ارتفاع $185cm$ بالا می‌برد و سپس آن را با تندی $12/4 m/s$ پرتاب می‌کند. کار انجام شده توسط شخص روی گلوله‌ی برف چقدر است؟

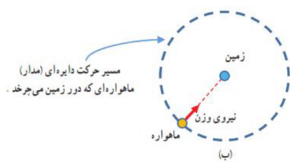
$$m = 158g = 0/158kg, h = 185cm = 1/85m, v = 12/4 m/s, W = ?$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، مقدار کار انجام شده برابر تغییرات انرژی جنبشی است.

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2} m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 0/158 \times (12/4)^2 = 12/1 J$$

کل کار برابر کار نیروی دست و نیروی وزن است. پس داریم؛

$$W_t = W_{mg} + W \rightarrow W = W_t - W_{mg} = W_t - mgh \cos(180^\circ) = 12/1 - (-2/9) = 15J$$



۹) ماهواره‌ها در مدارهای معین و با تندی ثابتی دور زمین می‌چرخند.

حرکت یک ماهواره به دور زمین (شکل الف) را می‌توان مطابق شکل (ب) مدل‌سازی کرد. همان‌طور که دیده می‌شود نیروی خالصی (نیروی وزن) همواره بر ماهواره وارد می‌شود. چگونه امکان دارد با وجود وارد شدن این نیرو به ماهواره، انرژی جنبشی آن ثابت بماند؟

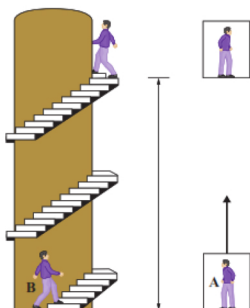
نیروی خالص وارد بر ماهواره عمود بر جهت جابه‌جایی است، پس کار کل ماهواره صفر است. از طرفی با توجه به قضیه کار و انرژی، $W_t = \Delta K$ ، تغییرات انرژی جنبشی نیز صفر است، پس انرژی جنبشی ماهواره و سرعت آن ثابت می‌ماند.

۴-۲ کار و انرژی پتانسیل

۱۰) آیا انرژی جنبشی یک جسم می‌تواند منفی باشد؟ انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه چطور؟ توضیح دهید.

مطابق رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ انرژی جنبشی به جرم جسم (m) و مجذور سرعت (v^2) بستگی دارد، چون هر دوی این عوامل کمیت‌های مثبتی هستند، بنابراین انرژی جنبشی جسم همواره مثبت است.

اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیریم، مطابق رابطه $U = mgh$ انرژی پتانسیل گرانشی نیز به جرم جسم (m)، شتاب گرانشی (g) و ارتفاع (h) بستگی دارد. همه این عوامل مثبت هستند، بنابراین انرژی پتانسیل گرانشی یک سامانه نیز همواره مثبت است.



۱۱) دو شخص هم جرم A و B به طبقه‌ی سوم ساختمانی می‌روند. شخص A با آسانسور و شخص B به آرامی از پله‌های ساختمان بالا می‌روند. گزاره‌های درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) در طبقه سوم، انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A از شخص B کمتر است، زیرا آرام‌تر بالا رفته است.

نادرست، زیرا انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم به جرم و ارتفاع جسم بستگی دارد و هر دو انرژی پتانسیل گرانشی برابری دارند.

ب) انرژی پتانسیل گرانشی (نسبت به زمین) شخص A کمتر از شخص B است، زیرا برای رسیدن به طبقه‌ی سوم ساختمان مسافت کمتری پیموده است.

نادرست، زیرا انرژی پتانسیل گرانشی یک جسم به مسافت پیموده شده توسط جسم بستگی ندارد.

پ) کار نیروی وزن برای هر دو شخص در طول مسیر یکسان است.

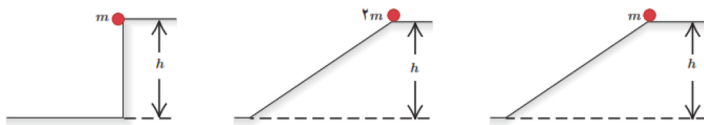
درست، چون کار نیروی وزن در جابه‌جایی جسم رو به بالا برابر است با : $W_{mg} = mgh \cos 180^\circ = -mgh$ و از طرفی پارامترهای m ، g و h در هر دو شخص یکسان هستند، بنابراین کار نیروی وزن در هر دو شخص برابر است.

ت) انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص در طبقه‌ی سوم ساختمان یکسان است.

درست، طبق رابطه $U = mgh$ چون m و g و h برای هر دو شخص برابر است، انرژی پتانسیل گرانشی هر دو شخص یکسان است.

۵-۲ و ۶-۲ پایستگی انرژی مکانیکی و کار و انرژی درونی

۱۲) در سه شکل زیر اجسامی از حالت سکون و ارتفاع h نسبت به سطح افق می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آنها وارد نمی‌شود. در کدام حالت، جسم:



الف) بیشترین تندی را هنگام رسیدن به سطح افقی دارد؟

هر سه جسم با تندی یکسانی به سطح افقی می‌رسند.

در شکل اول: $E_1 = E_p \rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \rightarrow mgh_p = \frac{1}{2}mv_p^2 \rightarrow gh = \frac{v_p^2}{2} \rightarrow v_p^2 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$

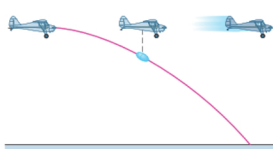
در شکل دوم: $E_1 = E_p \rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \rightarrow (2m)gh = \frac{1}{2}(2m)v^2 \rightarrow v^2 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$

در شکل سوم: $E_1 = E_p \rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v^2 = 2gh \rightarrow v = \sqrt{2gh}$

ب) تا هنگام رسیدن به پایین مسیر، بیشترین مقدار کار نیروی وزن روی آن انجام شده است؟

$$W = -\Delta U = -(mgh_p - mgh_1) = mgh$$

کار نیروی وزن به جرم و ارتفاع جسم بستگی دارد. ارتفاع هر سه شکل برابر است و تنها جرم در شکل وسطی بیشتر است. بنابراین کار نیروی وزن آن بیشتر است.

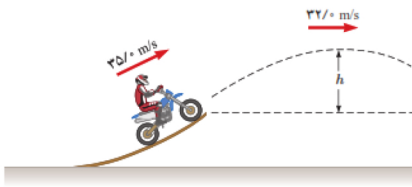


۱۳) در شکل روبه‌رو هواپیمایی که در ارتفاع ۲۲۵m از سطح زمین و با تندی 198 km/h پرواز می‌کند، بسته‌ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می‌کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم‌پوشی کنید).

$$h_1 = 225 \text{ m}, v_1 = 198 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{10}{36} = 55 \frac{\text{m}}{\text{s}}, h_p = 0, v_p = ?$$

با صرف نظر از نیروی مقاومت هوا در طول مسیر، انرژی مکانیکی اولیه و نهایی بسته برابر است:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_p \rightarrow K_1 + U_1 = K_p + U_p \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_p^2 \rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_p^2 \\ \rightarrow \frac{1}{2}(55)^2 + 10 \times 225 &= \frac{1}{2}v_p^2 \rightarrow 1512.5 + 2250 = 0.5v_p^2 \rightarrow 3762.5 = 0.5v_p^2 \\ \rightarrow v_p^2 &= \frac{3762.5 \times 2}{0.5} = 7525 \rightarrow v_p = \sqrt{7525} \approx 86.7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

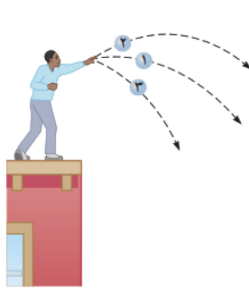


۱۴) موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل روبه‌رو، پرشی را با تندی 35 m/s انجام می‌دهد. اگر تندی موتور سوار در بالاترین نقطه‌ی مسیرش به 32 m/s برسد، ارتفاع h را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.

$$v_1 = 35 \frac{m}{s}, h_1 = 0, v_2 = 32 \frac{m}{s}, h_2 = h = ?$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh \rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2 + gh$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times (35)^2 = \frac{1}{2} \times (32)^2 + 10 \times h \rightarrow 612.5 = 512 + 10 \times h \rightarrow h = \frac{100}{10} = 10 \text{ m}$$



۱۵) سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می‌شوند (شکل روبه‌رو). توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه‌ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه‌ای پایین‌تر از امتداد افق پرتاب می‌شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپ‌ها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.

انرژی پتانسیل گرانشی توپ‌ها به دلیل یکسان بودن جرم و مبدأ پرتاب با هم برابر است. انرژی جنبشی آنها نیز به دلیل یکسان بودن جرم و سرعت اولیه با هم برابر است.

$$E_1 = E_2 = E_3$$

با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی‌های مکانیکی اولیه و نهایی هر یک از توپ‌ها برابر است. در زمان برخورد به زمین انرژی پتانسیل توپ‌ها صفر است و فقط انرژی جنبشی دارند. پس انرژی جنبشی توپ‌ها هنگام برخورد با زمین با یکدیگر برابر است.

۱۶) گلوله‌ای به جرم 0.45 kg از دهانه‌ی تفنگی با تندی 1220 m/s و ارتفاع 1.62 m از سطح زمین شلیک می‌شود. اگر گلوله با تندی 425 m/s به زمین برخورد کند:

الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

$$m = 450 \text{ g} = 0.45 \text{ kg}, v_1 = 1220 \frac{m}{s}, h_1 = 1.62 \text{ m}$$

$$v_2 = 425 \frac{m}{s}, h_2 = 0, g = 10 \frac{N}{kg}, W_f = ?$$

کار نیروهای مقاوم برابر است با تغییر انرژی مکانیکی جسم. یعنی: $W_f = E_2 - E_1$

$$E_1 = K_1 + U_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times (1220)^2 + 0.45 \times 10 \times 1.62 = 334890 + 729 \rightarrow E_1 = 334900 \text{ J}$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2} \times 0.45 \times (425)^2 = 40644 \text{ J} \rightarrow E_2 = 40644 \text{ J}$$

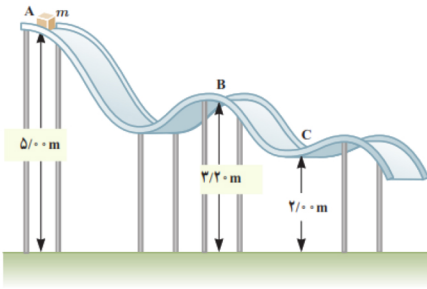
$$W_f = E_2 - E_1 = 40644 - 334900 = -294256 \text{ J} \rightarrow W_f = -2.94 \times 10^5 \text{ J}$$

ب) مقدار به دست آمده در قسمت الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.

$$W = mgh = 0.45 \times 10 \times 1.62 = 729 \text{ J} \rightarrow W = 729 \text{ J}$$

کار نیروی وزن در این حرکت بسیار ناچیز و قابل صرف نظر است.

۱۷) جسمی به جرم $m = ۱۲ / ۵ \text{ kg}$ در نقطه‌ی A از حالت سکون رها می‌شود و در مسیری بدون اصطکاک سر می‌خورد (شکل زیر). تعیین کنید:
الف) تندی جسم را در نقطه‌ی B



$$m = ۱۲ / ۵ \text{ kg} , v_A = 0 , h_A = ۵ \text{ m} , h_B = ۳ / ۲ \text{ m} , v_B = ? , g = ۱۰ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow ۱۰ \times ۵ = ۱۰ \times ۳ / ۲ + \frac{v_B^2}{۲}$$

$$\rightarrow ۵۰ - ۳۲ = \frac{v_B^2}{۲} \rightarrow v_B^2 = ۳۶ \rightarrow v_B = ۶ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی C.

$$W = -\Delta U = -(U_C - U_A) = -(mgh_C - mgh_A) = -mg(h_C - h_A) = -۱۲ / ۵ \times ۱۰ \times (۲ - ۵) = ۳۷۵ \text{ J}$$

۱۸) شکل روبه‌رو گلوله‌ای را نشان می‌دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش‌آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است.



الف) وقتی دانش‌آموز گلوله را رها می‌کند، هنگام برگشت به او برخورد نمی‌کند. چرا؟ (این تجربه‌ی ساده ولی هیجان انگیز را در صورت امکان در کلاستان انجام دهید).

بخشی از انرژی مکانیکی اولیه گلوله در طول مسیر رفت و برگشت به دلیل مقاومت هوا تلف می‌شود. بنابراین انرژی مکانیکی گلوله در مسیر برگشت کاهش یافته و تا ارتفاع کمتری بالا می‌آید.

ب) اگر دانش‌آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت آن چه اتفاقی می‌افتد؟

در این حالت به دلیل اضافه شده مقداری انرژی جنبشی اولیه، کل انرژی مکانیکی اولیه گلوله نسبت به حالت قبل افزایش می‌یابد و گلوله می‌تواند در مسیر برگشت تا ارتفاع اولیه و حتی بیشتر از آن نیز بالا بیاید.

۷-۲ توان

۱۹) بالابری با تندی ثابت، باری به جرم $۶ / ۸۰ \times ۱۰^۳ \text{ kg}$ را در مدت ۱۸۶ s تا ارتفاع $۷۸ / ۴ \text{ m}$ بالا می‌برد. اگر جرم بالابر $۳ / ۲۰ \times ۱۰^۳ \text{ kg}$ باشد، توان متوسط موتور آن چند وات و چند اسب بخار است؟

$$m = ۶۸ + ۳۲ = ۱۰۰ \text{ kg} , \Delta t = ۱۸۶ \text{ s} , h = ۷۸ / ۴ \text{ m} , g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

کار انجام شده توسط آسانسور برابر است با تغییر انرژی پتانسیل گرانشی:

$$W = mgh = ۱۰۰ \times ۱۰ \times ۷۸ / ۴ = ۷۸ / ۴ \times ۱۰^۴ \text{ J}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{۷۸ / ۴ \times ۱۰^۴}{۱۸۶} = ۴۲۱۵ \text{ W} \rightarrow \bar{P} = ۴۲۱۵ \div ۷۴۶ = ۵ / ۶۵ \text{ hp}$$

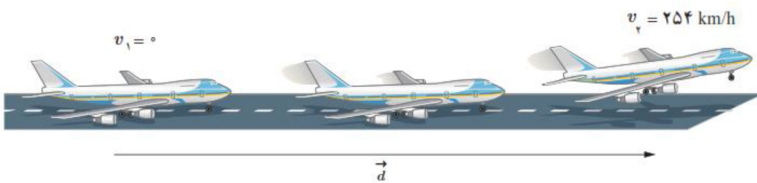
۲۰) شخصی به جرم $78/5 \text{ kg}$ در مدت زمان $84/0 \text{ s}$ از تعداد ۵۰ پله بالا می‌رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را $28/5 \text{ cm}$ فرض کنید.

$$m = 78/5 \text{ kg}, \Delta t = 84 \text{ s}, h = 50 \times 28/5 = 1425 \text{ cm} = 14/25 \text{ m}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

کار مفید انجام شده توسط شخص برابر است با تغییر انرژی پتانسیل گرانشی شخص:

$$W = mgh = 78/5 \times 10 \times 14/25 = 11186/25 \text{ J}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{11186/25}{84} = 1331 \text{ W} \rightarrow \bar{P} = 1331 \text{ W}$$



۲۱) شکل زیر هواپیمایی به جرم $7/20 \times 10^4 \text{ kg}$ را نشان می‌دهد که از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و پس از $2/05 \times 10^3 \text{ m}$ جابه‌جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن می‌رسد. $v_2 = 254 \text{ km/h}$

الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جابه‌جایی حساب کنید.

$$m = 7/20 \times 10^4 \text{ kg}, v_1 = 0, d = 2050 \text{ m}, v_2 = 254 \times \frac{10}{36} = 70/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, W_t = ?$$

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times (70/5)^2 = 17892/9 \times 10^4 \text{ J}$$

$$\rightarrow W_t = 17893 \times 10^4 \text{ J} = 1/8 \times 10^8 \text{ J}$$

یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع 565 m از سطح زمین اوج می‌گیرد و تندی آن به 328 km/h می‌رسد. در این مدت،

ب) کار نیروی وزن چقدر است؟

$$h = 565 \text{ m}, W = ?$$

$$W = -\Delta U = -(U_2 - U_1) = -(mgh_2 - mgh_1) = -mg(h_2 - h_1) = -mgh = -7/2 \times 10^4 \times 10 \times 565$$

$$= -40680 \times 10^4 \text{ J} \rightarrow W = -4 \times 10^8 \text{ J}$$

پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می‌کند (با این نیروها در علوم سال ششم آشنا شدید؟) کار کدام یک از این نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟

کار نیروی رانشی و نیروی بالابر مثبت و کار نیروی مقاومت هوا منفی است.

ت) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما چقدر است؟

$$v_1 = 254 \times \frac{10}{36} = 70/5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_2 = 328 \times \frac{10}{36} = 91/1 \frac{\text{m}}{\text{s}}, W_t = ?$$

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times (91/1)^2 - (70/5)^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times 3328/96 = 11984/25 \times 10^4 \text{ J} \rightarrow W_t = 11984 \times 10^4 \text{ J} = 1/2 \times 10^8$$

ث) توان کل انجام کار توسط نیروهای غیر از وزن را بیابید.

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_{\text{غیر وزن}} \rightarrow W_{\text{غیر وزن}} = W_t - W_{\text{وزن}} = 1/2 \times 10^4 - (-4 \times 10^4)$$

$$= 1/2 \times 10^4 + 4/0 \times 10^4 \rightarrow W = 5/2 \times 10^4 J$$

$$P_{\text{غیر وزن}} = \frac{W_{\text{غیر وزن}}}{\Delta t} = \frac{5/2 \times 10^4}{60} = 8/6 \times 10^6 = 8/6 MW$$

۲۲) سالانه نزدیک به ۱۲۵ میلیارد لیتر مواد و فرآورده‌های نفتی از طریق حدود $40 \times 10^3 km$ خطوط لوله در نقاط مختلف کشور توزیع می‌شود. این خطوط در طول مسیر خود از مراکز انتقال متعددی می‌گذرند تا توان لازم را برای ادامه‌ی راه به دست آورند. شکل زیر یکی از این مراکز را نشان می‌دهد که در ارتفاع $2/05 \times 10^3 m$ از سطح دریای آزاد قرار دارد. در این مرکز، در هر ثانیه یک متر مکعب مواد نفتی از طریق لوله‌ای با قطر $32/0$ اینچ ($81/2 cm$) توسط دو دستگاه پمپ (تلمبه) تا ارتفاع



مرکز انتقال نفت گنیم‌کار. یکی از ۷ مرکزی است که در مسیر مارون - اصفهان قرار دارد. این مسیر، که طولی برابر ۲۳۱ کیلومتر دارد در زمین مسطح و صعب‌العبور خطوط انتقال مواد نفتی در دنیاست.

$2/70 \times 10^3 m$ از سطح دریای آزاد فرستاده می‌شود. اگر بازده هر یک از پمپ‌های این مرکز ۲۸ درصد باشد، توان هر یک از آنها بر حسب مگاوات (MW) و اسب بخار (hp) چقدر است؟ (چگالی مواد نفتی را $8/60 \times 10^2 kg/m^3$ بگیری.)

$$h_1 = 2/05 \times 10^3 m, \quad h_2 = 2/70 \times 10^3 m, \quad Ra = \frac{28}{100} = 0/28, \quad \rho = 8/60 \times 10^2 \frac{kg}{m^3}, \quad P = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V = 8/6 \times 10^2 \times 1 = 8/6 \times 10^2 kg$$

$$W = \Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = mg(h_2 - h_1) = 8/6 \times 10^2 \times 10 \times (2/70 \times 10^3 - 2/05 \times 10^3)$$

$$= 8/6 \times 10^3 \times 0/65 \times 10^3 = 5/59 \times 10^6 J \Rightarrow W = E = 5/59 \times 10^6 J$$

W خروجی برابر E خروجی برابر $5/59 \times 10^6 J$ است.

$$Ra = \frac{E_{\text{خروجی}}}{E_{\text{ورودی}}} \rightarrow E_{\text{ورودی}} = \frac{E_{\text{خروجی}}}{Ra} = \frac{5/59 \times 10^6}{0/28} = 19/9 \times 10^6 J$$

$$P = \frac{E}{t} = \frac{19/9 \times 10^6}{1} = 19/9 \times 10^6 W$$

$$\text{توان هر پمپ: } \frac{19/9 \times 10^6}{2} = 9/95 \times 10^6 W \rightarrow 9/95 \times 10^6 \div 746 = 1/33 \times 10^4 hp$$