

۱ در شکل مقابل نردبانی به جرم 40 kg را به دیوار بدون اصطکاک تکیه داده‌ایم. ضریب اصطکاک ایستایی بین زمین و پای نردبان $\mu_s = 0.5$ می‌باشد و نردبان در آستانه سر خوردن است، نیرویی که از طرف سطح افقی زمین به نردبان وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$



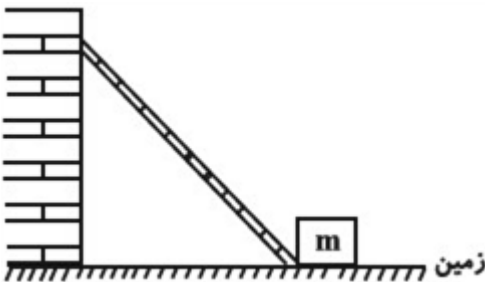
۴ $400\sqrt{5}$

۳ $200\sqrt{5}$

۲ $50\sqrt{5}$

۱ $10\sqrt{5}$

۲ در شکل مقابل، یک نردبان به جرم 24 kg به دیوار قائم و بدون اصطکاک تکیه دارد. اگر اندازه نیروی وارد از طرف دیوار به نردبان 260 N و نردبان در آستانه سر خوردن باشد، جرم جعبه‌ای که در تماس با انتهای نردبان و در آستانه سر خوردن است، چند کیلوگرم می‌باشد؟ (ضریب اصطکاک ایستایی زمین با جعبه و نردبان هر دو یکسان و برابر با 0.4 و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است.)



۴ ۹۶

۳ ۴۱

۲ ۳۶

۱ $20/5$

۳ مطابق شکل مقابل، کره‌ای به جرم 50 kg بین دو دیوار بدون اصطکاک ۱ و ۲ قرار گرفته است. اندازه نیروهای عمودی سطح وارد بر کره از طرف دو دیوار چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}\right)$



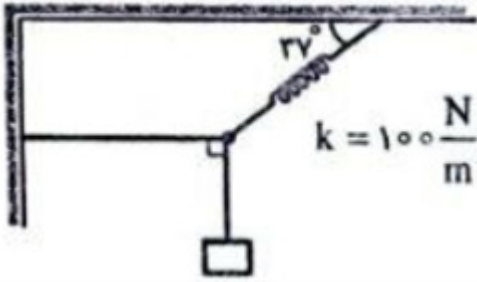
۴ ۱۰۰۰

۳ ۲۵۰

۲ ۵۰۰

۱ صفر

۴ در شکل مقابل، جسم در تعادل است. اگر افزایش طول فنر 10 cm باشد، نیروی کشش نخ افقی بر حسب نیوتن و جرم جسم بر حسب گرم به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (از جرم فنر صرف نظر شود و $g = 10 \frac{N}{kg}$)



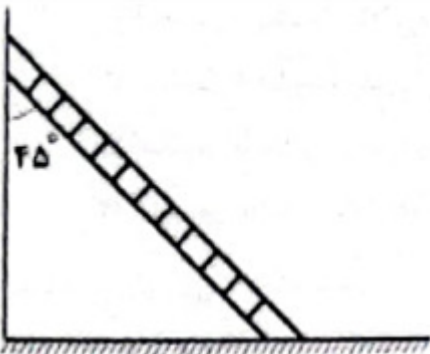
۶۰۰، ۸ (۴)

۸۰۰، ۶ (۳)

۰ / ۶، ۸ (۲)

۰ / ۸، ۶ (۱)

۵ مطابق شکل مقابل، نردبانی به جرم $2/5 \text{ kg}$ ، به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانه لیز خوردن است. اگر اندازه نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، $\sqrt{2}$ برابر اندازه نیرویی که سطح قائم به نردبان وارد می‌کند. ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی در کدام گزینه به درستی آمده است؟



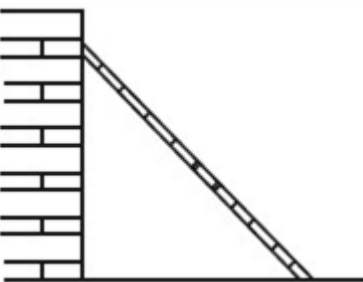
$\frac{1}{4}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

۶ مطابق شکل مقابل، نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانه سر خوردن است. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این نردبان نادرست است؟ (μ_s : ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پای نردبان، m : جرم نردبان، g : شتاب گرانش)



۱ نیروهای وارد بر این نردبان متوازن هستند.

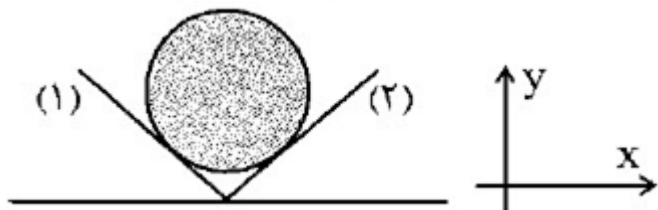
۲ اندازه نیروی اصطکاک وارد بر نردبان برابر با اندازه نیروی وارد بر آن از طرف دیوار قائم است.

۳ از طرف سطح افقی به نردبان، نیروی اصطکاکی به سمت راست وارد می‌شود تا مانع سر خوردن نردبان شود.

۴ اندازه نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند برابر $\mu_s mg$ است.

۷ کره همگنی به جرم 2 kg درون یک ناه بدون اصطکاک قرار دارد. اگر نیرویی که دیواره ۱ به کره وارد می‌کند در SI،

$N_1 = 8\vec{i} + 12\vec{j}$ باشد، نیرویی که کره به دیواره ۲ وارد می‌کند در SI کدام است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$



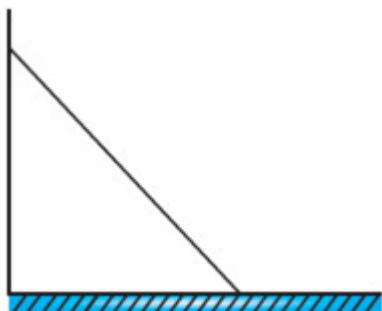
$8\vec{i} - 12\vec{j}$ (۴)

$-8\vec{i} + 12\vec{j}$ (۳)

$8\vec{i} - 8\vec{j}$ (۲)

$-8\vec{i} + 8\vec{j}$ (۱)

۸ مطابق شکل مقابل، نردبانی به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و ضریب اصطکاک ایستایی میان زمین با نردبان برابر با 0.5 است. اگر نردبان در آستانه لغزش باشد، بزرگی نیرویی که زمین به نردبان وارد می‌کند، چند برابر بزرگی نیرویی است که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند؟



$\sqrt{5}$ (۲)

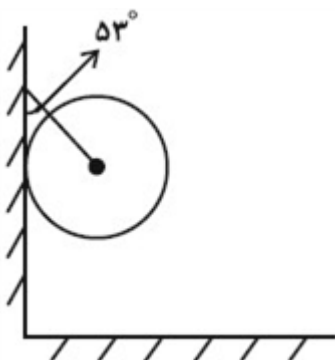
۱ (۱)

۲ (۴)

$\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۳)

۹ در شکل مقابل، یک کره فلزی به جرم 6 kg توسط نخ به دیوار آویزان است. اگر اصطکاک ناچیز باشد، به ترتیب نیرویی که کره فلزی به دیوار وارد می‌کند و نیروی کشش نخ چند نیوتون است؟

$\left(\sin 53^\circ = 0.8, g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$



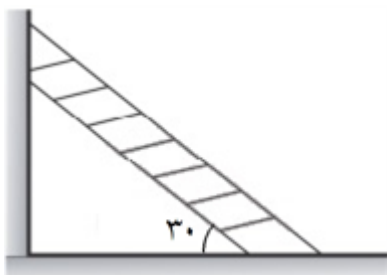
۱۵، ۴/۵ (۴)

۱۵۰، ۴۵ (۳)

۱۰، ۸ (۲)

۱۰۰، ۸۰ (۱)

۱۰ در شکل مقابل، نردبانی به جرم 10 kg روی دیوار قائم بدون اصطکاک در آستانه لغزش قرار دارد. برابند نیروهایی که دیوار قائم و سطح افقی زمین به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۱ ۱۰۰

۲ ۵۰

۳ $50\sqrt{3}$

۴ باید ضریب اصطکاک سطح افقی با نردبان معلوم باشد.

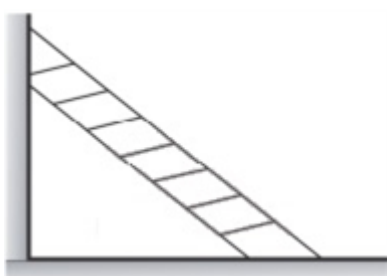
۱۱ در شکل مقابل، نردبانی به جرم ۱۵ کیلوگرم به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر اندازه‌ی نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، 50 N و نردبان ساکن باشد، ضریب اصطکاک ایستایی سطح افقی با نردبان کدام مورد می‌تواند باشد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

الف) ۰/۱

ب) ۰/۲

ج) $\frac{1}{3}$

د) ۰/۴



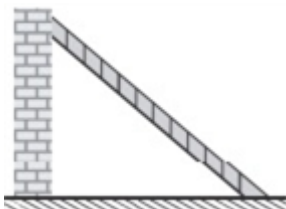
۱ فقط الف

۲ فقط ب

۳ فقط ج

۴ فقط ج و د

۱۲ در شکل مقابل، نردبانی به جرم m به دیوار قائم بدن اصطکاک تکیه داده شده و در آستانه‌ی لغزش قرار دارد. نیرویی که دیوار و سطح افقی به نردبان وارد می‌کنند به ترتیب 210 N و 290 N است. جرم نردبان چند کیلوگرم است؟ (دیوار بدون اصطکاک بوده و $g = 10 \frac{m}{s^2}$)



۱ ۱۵

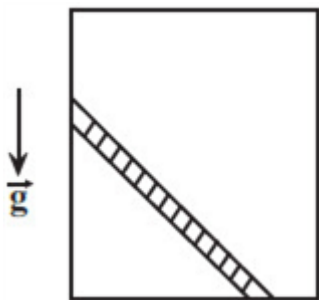
۲ ۲۰

۳ ۲۵

۴ ۳۰

۱۳

مطابق شکل مقابل، نردبانی به جرم ۱۲ kg درون یک آسانسور که با شتاب ثابت به سمت پایین در حال حرکت است، قرار دارد. دیوارهٔ قائم آسانسور بدون اصطکاک است و نیروی سطح وارد بر نردبان از طرف دیوار قائم آسانسور ۳۶ N می‌باشد. اگر نردبان در آستانهٔ لغزیدن باشد، در این صورت بزرگی شتاب حرکت آسانسور و نوع حرکت آن کدام است؟
 $\left(\mu_s = ۰/۵, g = ۱۰ \frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$

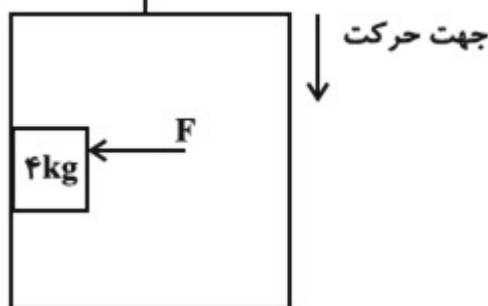


- ۱) $\frac{۴}{۵} \frac{m}{s^2}$ ، کندشونده ۲) $\frac{۷}{۵} \frac{m}{s^2}$ ، تندشونده ۳) $\frac{۴}{۵} \frac{m}{s^2}$ ، تندشونده ۴) $\frac{۷}{۵} \frac{m}{s^2}$ ، کندشونده

۱۴

مطابق شکل، جسمی به جرم ۴ kg توسط نیروی F به دیوارهٔ آسانسور فشرده شده است. اگر آسانسور با شتاب تندشونده $\frac{۲}{۵} \frac{m}{s^2}$ پایین آید، حداقل نیروی F چند نیوتون باشد تا جسم سقوط نکند؟

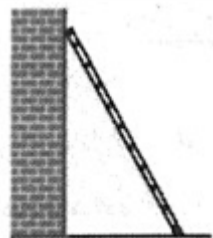
$$\left(g = ۱۰ \frac{m}{s^2}, \mu_s = ۰/۵ \right)$$



- ۱) ۳۲ ۲) ۶۴ ۳) ۹۶ ۴) ۴۸

۱۵

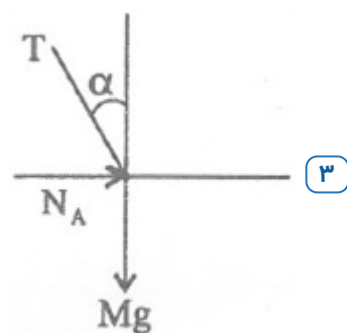
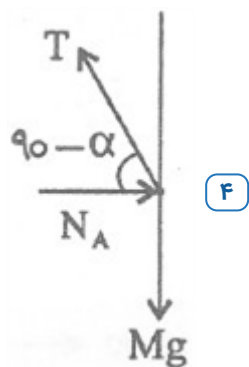
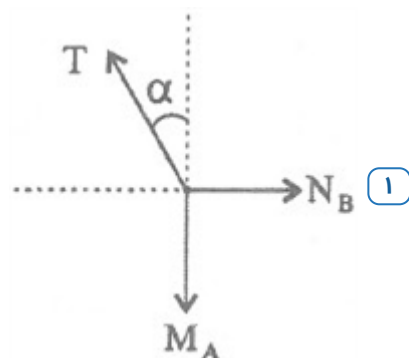
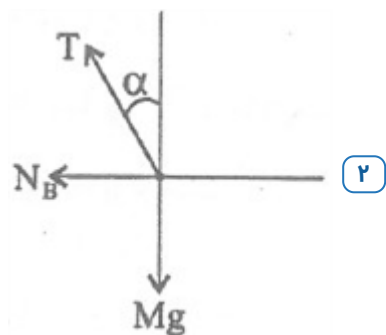
در شکل زیر نردبانی به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است و نردبان در آستانهٔ سر خوردن است. از طرف دیوار به نردبان نیروی ۳۲ N وارد می‌شود. جرم نردبان چند کیلوگرم است؟
 $\left(\mu_s = ۰/۲, g = ۱۰ \frac{m}{s^2} \right)$



- ۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۴ ۴) ۳۲

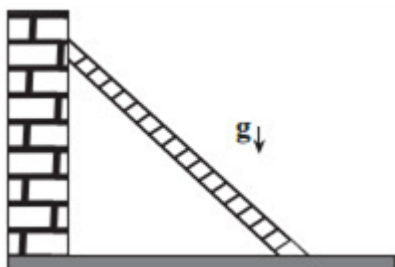
۱۶

گلوله‌ای به جرم M به وسیله نخ OA به نقطه O متصل و متکی به دیوار در نقطه B است. کدام گزینه نیروهای وارد بر گلوله را نشان می‌دهد؟



۱۷

در شکل مقابل، یک نردبان به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده است. اگر در آستانه سر خوردن، نیروی وارد بر نردبان از طرف سطح افق $100\sqrt{5} \text{ N}$ باشد، جرم نردبان چند کیلوگرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و ضریب اصطکاک ایستایی سطح افق با نردبان $0/5$ است.)



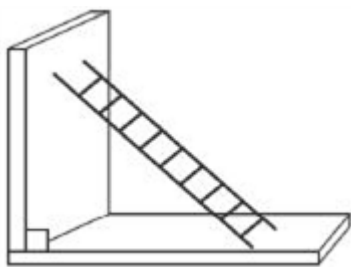
(۴) $2\sqrt{5}$

(۳) $10\sqrt{5}$

(۲) ۲۰

(۱) $\frac{20\sqrt{3}}{3}$

۱۸ در شکل، نردبانی به جرم 10 kg به دیوار قائمی بدون اصطکاک تکیه داده شده و نردبان در آستانه سر خوردن است. اگر نردبان نیرویی به بزرگی $20\sqrt{26}$ به سطح افقی زیرین خود وارد کند، ضریب اصطکاک بین زمین و پای نردبان چه مقدار است؟



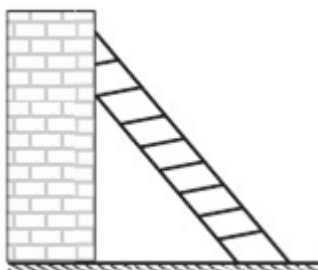
۰/۴۵ (۴)

۰/۴ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۲ (۱)

۱۹ مطابق شکل مقابل، نردبانی به جرم m به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و در آستانه‌ی لغزش روی سطح افقی دارای ضریب اصطکاک ایستایی 0.75 قرار گرفته است. نیرویی که از طرف سطح افقی به نردبان وارد می‌شود، چند برابر وزن نردبان است؟



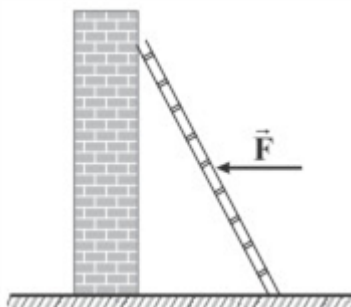
$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{4}{5}$ (۳)

$\frac{4}{3}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

۲۰ در شکل زیر، نردبانی به وزن W ، به دیوار قائمی تکیه داده شده است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و نردبان، μ_s و ضریب اصطکاک ایستایی بین نردبان و سطح افقی، ناچیز و قابل صرف‌نظر باشد، بیشترین نیروی افقی برای آن‌که نردبان، وارد می‌کند، برابر کدام گزینه است؟



$W - \mu_s F$ (۴)

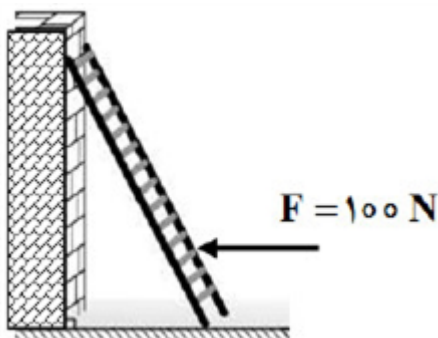
$W + \mu_s F$ (۳)

$W \frac{F}{\mu_s}$ (۲)

$W + \frac{\mu_s F}{2}$ (۱)

۲۱

در شکل مقابل، سطح افقی صیقلی بوده و ضریب اصطکاک ایستایی نردبان و دیواره قائم برابر $\frac{1}{6}$ و جرم نردبان ۲۰ کیلوگرم است. اگر نردبان در آستانه لغزش رو به بالا باشد، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$



۲۶۰ (۴)

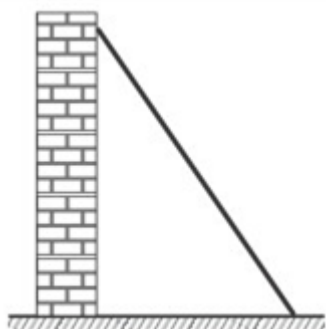
۲۴۰ (۳)

۱۶۰ (۲)

۱۴۰ (۱)

۲۲

مطابق شکل، میله‌ی یکنواختی به جرم 20 kg به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده‌شده و در آستانه‌ی لغزیدن می‌باشد. اگر اندازه‌ی نیرویی که سطح افقی به میله وارد می‌کند، $100\sqrt{5}$ نیوتون باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین میله و سطح افقی برابر کدام گزینه است؟ $\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$



$\frac{3}{4}$ (۴)

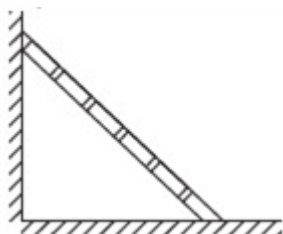
$\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{1}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۲۳

مطابق شکل مقابل، نردبانی به یک دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده است. اگر جرم نردبان 10 kg و ضریب اصطکاک ایستایی آن با سطح افقی برابر $\frac{1}{5}$ باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر نردبان از طرف دیوار قائم، وقتی در آستانه‌ی سرخوردن قرار دارد، چند نیوتون است؟ $\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$



$50\sqrt{5}$ (۴)

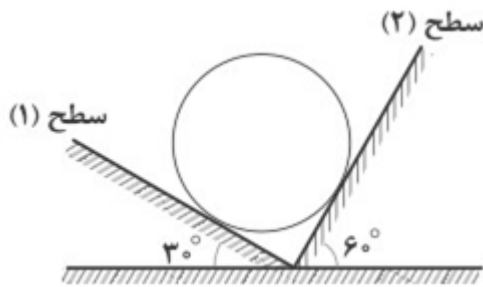
۵۰ (۳)

$\frac{500}{11}$ (۲)

۱۰۰ (۱)

۲۴

مطابق شکل، کره‌ای همگن درون یک ناوه‌ی بدون اصطکاک قرار دارد. اگر اندازه‌ی نیرویی که سطح (۱) به کره وارد می‌کند، برابر با 30 N باشد، به ترتیب از راست به چپ، وزن کره و اندازه‌ی نیرویی که سطح (۲) به آن وارد می‌کند، چند نیوتون است؟



- ۱) $10\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$ ۲) $20\sqrt{3} - 20\sqrt{3}$ ۳) $10 - 20$ ۴) $20 - 10$

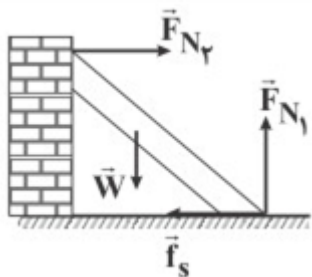
۲۵

مطابق شکل، میله‌ای به دیواره‌ی قائم بدون اصطکاک تکیه داده شده و نیروهای وارد بر آن رسم شده‌اند. اگر میله در آستانه‌ی حرکت باشد، کدامیک از روابط زیر بین نیروها برقرار نیست؟

ب) $\frac{W}{F_{N_2}} = \frac{1}{\mu_s}$

الف) $\frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} = \mu_s$

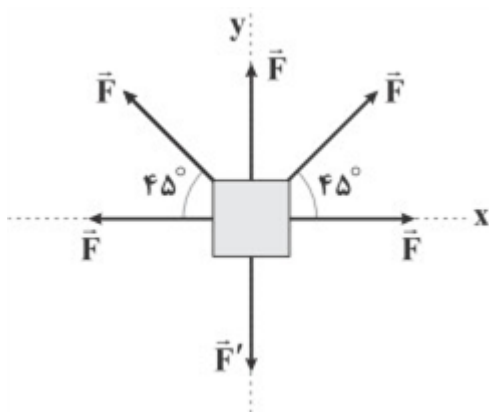
ج) $\frac{W}{f_s} = \mu_s$



- ۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «ج» ۳) فقط «ب» ۴) فقط «ج»

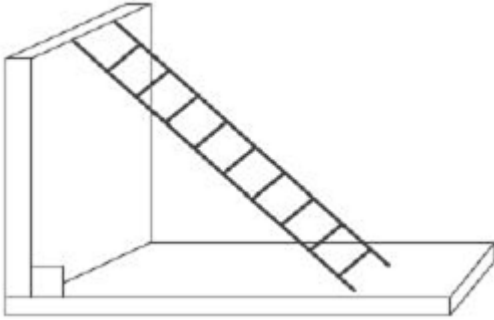
۲۶

در شکل زیر، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ ، برحسب اندازه‌ی نیرو $\vec{F}'$ چقدر باشد تا نیروهای مشخص‌شده در شکل، متوازن باشند؟



- ۱) $(2\sqrt{2} + 1)F$ ۲) $(\sqrt{2} + 1)F$ ۳) $2(\sqrt{2} + 1)F$ ۴) $(\sqrt{2} + 2)F$

۲۷ مطابق شکل یک نردبان به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه داده شده و نردبان در آستانه سر خوردن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و نردبان ۰/۷۵ و بزرگی نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، ۵۰ N باشد، بزرگی نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتن است؟

$$\left(g = 10 \frac{N}{kg}\right)$$


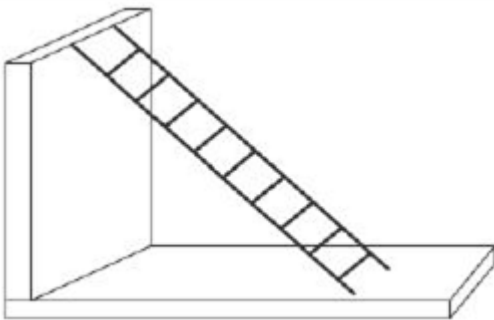
۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۷/۵ (۲)

۳۰ (۱)

۲۸ در شکل زیر جرم نردبان ۱۵ kg است و نردبان در آستانه سر خوردن قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی برای تمامی سطوح با نردبان ۰/۵ باشد، اندازه نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتن است؟

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$


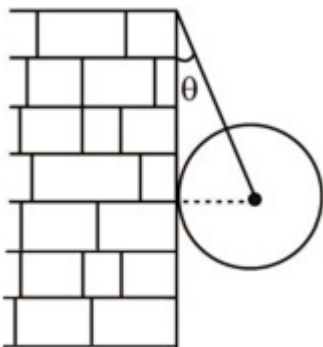
۱۵۰ (۴)

۷۵√۲ (۳)

۱۰۰ (۲)

۳۰√۵ (۱)

۲۹ مطابق شکل مقابل یک گوی فلزی همگن صیقلی به جرم ۲/۴ kg و شعاع ۱۵ cm به کمک طناب سبکی به طول ۳۹ cm به حال تعادل قرار دارد. نیروی کشش طناب چند نیوتن است؟

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2}\right)$$


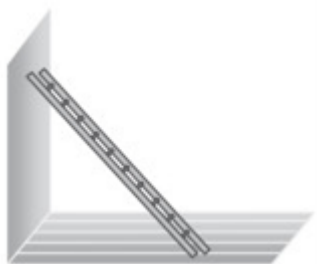
۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۳۰ نردبانی مطابق شکل به دیوار عمودی بدون اصطکاکی تکیه داده است. نیرویی که دیوار به نردبان وارد می‌کند، ۲۰۰ نیوتن است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با سطح افقی $0/8$ باشد و نردبان در آستانه‌ی سُر خوردن باشد، جرم نردبان چند کیلوگرم خواهد بود؟



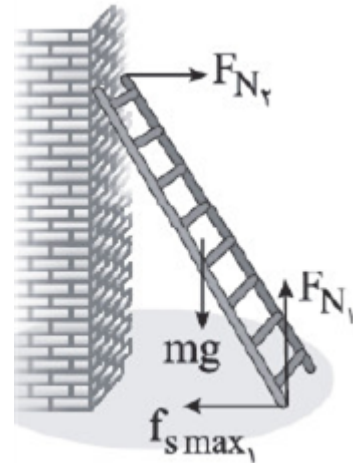
۴۰ (۴)

۱۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

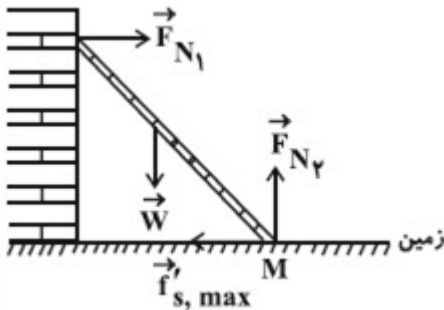


$$\begin{cases} f_{s,max_1} = \mu_s F_{N_1} \\ F_{N_1} = mg \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f_{s,max_1} = 0.5 \times 400 = 200 N \\ F_{N_1} = 400 N \end{cases}$$

$$R_1 = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,max_1}^2}$$

$$R = \sqrt{200^2 + 400^2} = 200\sqrt{1^2 + 2^2} = 200\sqrt{5} N$$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در ابتدا بدون در نظر گرفتن جعبه، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:



$$F_{N_2} = W \xrightarrow{W=mg} F_{N_2} = 24 \times 10 = 240 N$$

دقت کنید که اصطکاک ناشی از جعبه نیز در مسئله تأثیرگذار است:

$$\begin{matrix} f''_{s,max} \leftarrow \\ f'_{s,max} \leftarrow \end{matrix} \begin{matrix} | \\ | \end{matrix} \begin{matrix} M \\ \end{matrix}, f_{s,max} = f'_{s,max} + f_{s,max} \quad (*)$$

اکنون داریم:

$$F_{N_1} = f_{s,max} \xrightarrow{(*)} F_{N_1} = 96 + f_{s,max}$$

$$f'_{s,max} = \mu_s F_{N_2}, \mu_s = 0.4, F_{N_2} = 240 N$$

$$\xrightarrow{f_{s,max} = (\text{جرم جعبه}) \times g \times \mu_s} F_{N_1} = 96 + 4m'$$

$m' = \text{جرم جعبه}$

و در نهایت از داده سؤال ($F_{N_1} = 260 N$) می‌توان نوشت:

$$260 = 96 + 4m' \Rightarrow 164 = 4m' \Rightarrow m' = 41 \text{ kg}$$

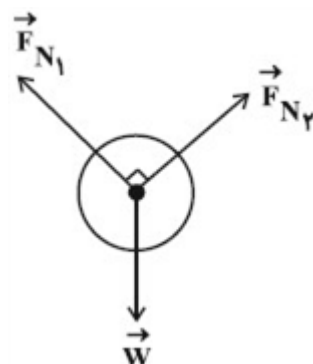
۳

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر کره به صورت مقابل است:

چون کره در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. بنابراین داریم:

$$\vec{F}_{\text{net}} = \vec{W} + \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} = 0 \Rightarrow \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} = -\vec{W}$$

$$\Rightarrow \left| \vec{F}_{N_1} + \vec{F}_{N_2} \right| = \left| -\vec{W} \right| = mg = 500 \text{ N}$$



۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نیروی فنر برابر است با:

$$F_e = K \cdot \Delta l = 100 \times \frac{10}{100} = 10 \text{ N}$$

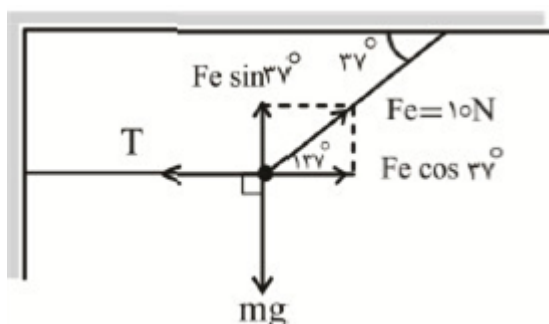
شرط تعادل آن است که F_{net} در هر دو راستای x و y برابر صفر باشد. بنابراین داریم:

$$F_{\text{net}_x} = 0 \Rightarrow F_e \cos 37^\circ = T \Rightarrow 10 \times 0.8 = T$$

$$\Rightarrow T = 8 \text{ N}$$

$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_e \sin 37^\circ = mg \Rightarrow 10 \times 0.6 = m \times 10$$

$$\Rightarrow m = 0.6 \text{ kg} = 600 \text{ g}$$



گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم:

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net},y} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg$$

$$F_{\text{net},x} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,\text{max}} = \mu_s \times F_{N_1} = \mu_s mg$$

بزرگی نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برابر است با:

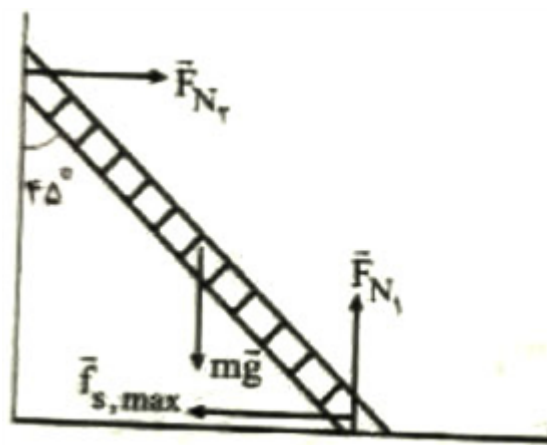
$$R_1 = \sqrt{F_{N_1}^2 + f_{s,\text{max}}^2} = \sqrt{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2}$$

بزرگی نیرویی که سطح قائم به نردبان وارد می‌کند، برابر است با:

$$R_2 = \sqrt{F_{N_2}^2} \Rightarrow R_2 = F_{N_2} = \mu_s mg$$

بنابراین:

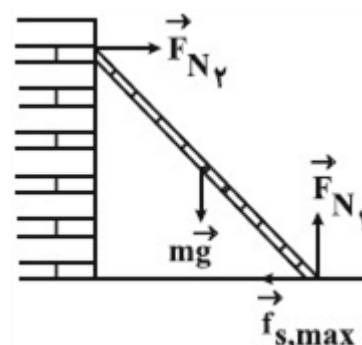
$$\begin{aligned} \frac{R_1}{R_2} &= \frac{\sqrt{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2}}{\mu_s mg} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{(mg)^2 + (\mu_s mg)^2}{(\mu_s mg)^2} = 2 \Rightarrow (mg)^2 + (\mu_s mg)^2 \\ &= 2(\mu_s mg)^2 \Rightarrow m^2 g^2 (1 + \mu_s^2) = 2\mu_s^2 m^2 g^2 \Rightarrow 1 + \mu_s^2 = 2\mu_s^2 \Rightarrow \mu_s^2 = 1 \Rightarrow \mu_s = 1 \end{aligned}$$



گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم:

با توجه به این‌که نردبان در آستانه سر خوردن است. یعنی در این لحظه در تعادل است و نیروهای وارد بر آن متوازن هستند. همچنین نردبان به سمت راست سر می‌خورد پس نیروی اصطکاک باید به سمت چپ به پایه آن وارد شود (علت نادرستی گزینه ۳). همچنین داریم:

$$\left. \begin{aligned} F_{\text{net},x} &= 0 \Rightarrow F_{N_2} = f_{s,\text{max}} \\ F_{\text{net},y} &= 0 \Rightarrow F_{N_1} = mg \end{aligned} \right\} \xrightarrow{f_{s,\text{max}} = \mu_s F_{N_1}} F_{N_2} = \mu_s mg$$

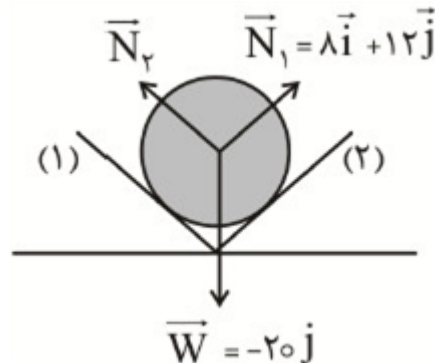


گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کره در حال تعادل است، پس برآیند نیروهای وارد بر آن صفر است. به کره سه نیروی N_1 و N_2 و W وارد می‌شود.

$$\vec{N}_1 + \vec{N}_2 + \vec{W} = 0 \Rightarrow \vec{N}_2 = -\vec{N}_1 - \vec{W} = -8\vec{i} + 8\vec{j}$$

$\vec{N}_2$ نیرویی است که دیواره ۲ به کره وارد می‌کند. نیرویی که کره به دیواره ۲ وارد می‌کند، قرینه این نیرو است.

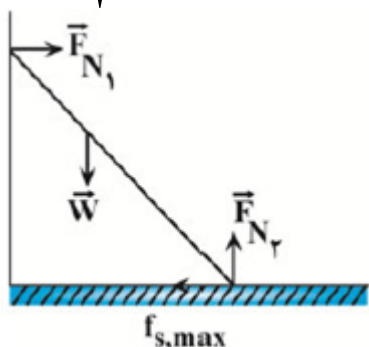
$$\vec{N}'_2 = -\vec{N}_2 = 8\vec{i} - 8\vec{j}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا جهت نیروهای وارد بر نردبان را مشخص می‌کنیم. چون نردبان در آستانه لغزش است، برآیند نیروهای وارد بر آن در راستای افقی و قائم برابر با صفر می‌شود.

$$f_{s,\max} = F_{N_1} = \mu_s F_{N_2} \xrightarrow{F_{N_2}=W} f_{s,\max} = F_{N_1} = 0.5W$$

$$R_2 = \sqrt{f_{s,\max}^2 + F_{N_2}^2} = \sqrt{(0.5W)^2 + W^2} = W\sqrt{1/4 + 1} = \frac{W}{2}\sqrt{5} \quad (1)$$



$$R_1 = F_{N_1} = \frac{W}{2} \quad (2)$$

$$1, 2 \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{\frac{W}{2}\sqrt{5}}{\frac{W}{2}} = \sqrt{5}$$

۹

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل نیروهای وارد بر کره را رسم می‌کنیم. چون اصطکاک کره با سطح ناچیز است، سطح دیواره بر کره فقط نیروی عمودی F_N را وارد می‌کند. از طرفی چون کره ساکن است، برابری نیروهای وارد بر آن صفر است و داریم:

$$\vec{F}_N + \vec{W} + \vec{T} = 0 \Rightarrow \vec{F}_N + \vec{W} = -\vec{T}$$

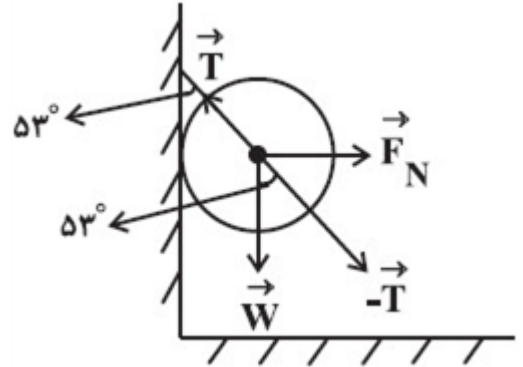
بنابراین از روابط مثلثاتی داریم:

$$\tan 53^\circ = \frac{F_N}{W} \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{F_N}{mg} \Rightarrow F_N = \frac{4 \times 60}{3} = 80 \text{ N}$$

طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دیواره به کره وارد می‌کند هم‌اندازه با نیرویی است که کره به دیواره وارد می‌کند. از

$$T = \sqrt{80^2 + 60^2} = 100 \text{ N}$$

قضیه فیثاغورس می‌توان نیروی کشش نخ را به دست آورد:



۱۰

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون نردبان ساکن است، بنابراین برابری نیروهای وارد بر نردبان صفر است. بنابراین برابری نیروهای دیوار قائم (F_{R_y}) ، سطح افقی (F_{R_x}) و وزن $(m\vec{g})$ صفر است.

$$F_{R_x} + F_{R_y} + m\vec{g} = 0 \Rightarrow F_{R_x} + F_{R_y} = -m\vec{g}$$

بنابراین برابری اندازه‌ی نیروهایی که سطوح افقی و قائم به نردبان وارد می‌کنند، برابر با وزن نردبان می‌باشد و گزینه‌ی ۱ صحیح است.

۱۱

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f_s = F_{N_{\text{دیوار}}} = 50 \text{ N}$$

$$F_{N_{\text{کف}}} = mg = 150 \text{ N}$$

$$f_{s \max} \geq f_s \Rightarrow \mu_s \times 150 \geq 50 \Rightarrow \mu_s \geq \frac{1}{3} \cong 0.33$$

پس گزینه‌ی ۴ درست است.

$$F_{N_1} = f_{s\max} = 210 \text{ N}$$

در آستانه‌ی لغزش :

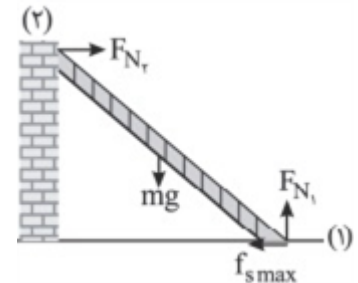
$$F_{N_1} = mg$$

R_1 : نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند.

$$R_1 = \sqrt{f_{s\max}^2 + F_{N_1}^2} \Rightarrow 290 = \sqrt{210^2 + F_{N_1}^2} \Rightarrow F_{N_1}^2 = 290^2 - 210^2$$

$$\Rightarrow F_{N_1}^2 = (290 - 210)(290 + 210) = 80 \times 500 = 40000$$

$$\Rightarrow F_{N_1} = 200 \text{ N} \Rightarrow mg = 200 \text{ N} \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$



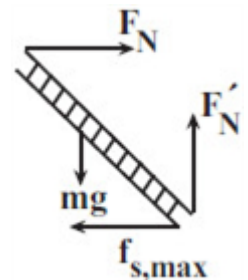
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت است و نردبان در آستانه‌ی لغزش است. بنابراین با توجه به این‌که دیوار قائم بدون اصطکاک است بنابراین نیروی اصطکاک با نیروی سطح دیوار قائم وارد بر نردبان برابر است:

$$f_{s,\max} = F'_{N_1} \mu_s \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s,\max} = F_{N_1} = 36 \text{ N} \Rightarrow F'_{N_1} = \frac{36}{0.5} = 72 \text{ N}$$

از آنجا که $F'_{N_1} < W$ بنابراین شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین است. با نوشتن قانون دوم نیوتن برای نردبان در راستای قائم داریم: (جهت پایین را مثبت فرض می‌کنیم).

$$mg - F'_{N_1} = ma \xrightarrow{m=12 \text{ kg}, g=10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} 120 - 72 = 12a \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

چون آسانسور به سمت پایین در حال حرکت است و جهت شتاب آن نیز به سمت پایین است، بنابراین نوع حرکت آسانسور تندشونده است.



۱۴

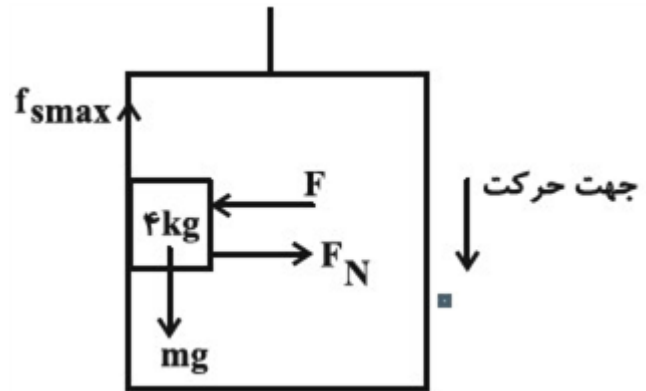
گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جهت حرکت آسانسور به سمت پایین را مثبت فرض می‌کنیم و نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون در سؤال حداقل نیروی F مورد پرسش است، بنابراین جسم در آستانه حرکت قرار دارد.

$$mg - f_{s \max} = ma \Rightarrow f_{s \max} = m(g - a)$$

$$a = \frac{2}{5}g \Rightarrow f_{s \max} = 4(10 - 2) = 32N$$

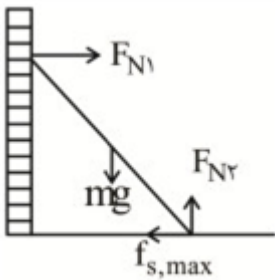
از طرفی طبق رابطه $f_{s \max} = \mu_s F_N$ داریم:

$$f_{s \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = F} f_{s \max} = \mu_s F \Rightarrow 32 = 0.5 \times F \Rightarrow F = 64N$$



۱۵

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$f_{s, \max} = F_{N_1} \Rightarrow \mu_s F_{N_1} = F_{N_1} \rightarrow 0.2 F_{N_1} = 32 \rightarrow F_{N_1} = 160N$$

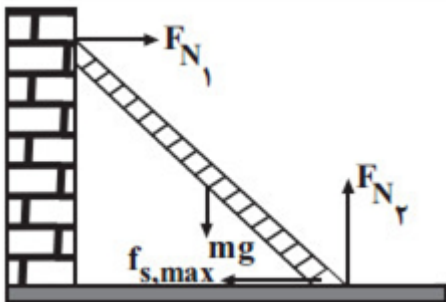
$$F_{N_2} = mg \Rightarrow 160 = m \times 10 \rightarrow m = 16kg$$

۱۶

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۷

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون نردبان در آستانه سر خوردن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است. بنابراین، نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم، و سپس با توجه به این‌که، نیروی زمین بر نردبان برابر برآیند دو نیروی $f_{s, \max}$ و F_{N_2} است، به صورت زیر m را پیدا می‌کنیم:



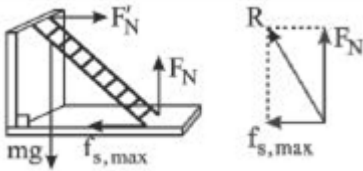
$$F_{\text{net}_y} = 0 \Rightarrow F_{N_2} - mg = 0 \xrightarrow{g = 10 \frac{N}{kg}} F_{N_2} = 10m$$

$$f_s$$

$$\max = \mu_s F_{N_1} \xrightarrow{\mu_s = 0.5} f_{s, \max} = 0.5 \times 10m = 5m$$

$$R^2 = f_{s, \max}^2 + F_{N_1}^2 \xrightarrow{R = 10 \cdot \sqrt{5}N} 5 \times 10^4 = 25m^2 + 100m^2 \Rightarrow 5 \times 10^4 = 125m^2$$

$$\Rightarrow m^2 = \frac{5 \times 10^4}{125} = \frac{10^4}{25} \Rightarrow m = \frac{10^2}{5} \Rightarrow m = 20 \text{ kg}$$

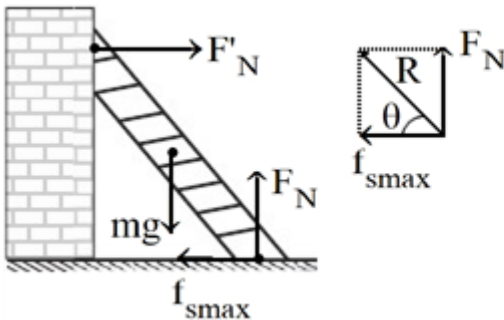


$$F_N = mg = 100 \text{ N}$$

$$R^2 = F_N^2 + f_{s,max}^2 \Rightarrow 20^2 \times 2^2 = 100^2 + (f_{s,max})^2$$

$$\Rightarrow (f_{s,max})^2 = 20^2 (2^2 - 2.5) \Rightarrow f_{s,max} = 20 \text{ N}$$

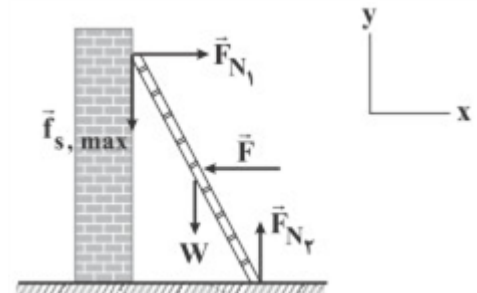
$$f_{s,max} = \mu_s \times F_N \Rightarrow \mu_s = 0.2$$



$$F_N = mg, f_{s,max} = \mu_s \times F_N = \frac{3}{4} mg$$

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,max}^2} = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{3}{4}mg\right)^2}$$

$$R = \frac{5}{4}mg \Rightarrow \frac{R}{mg} = \frac{5}{4}$$



اگر نیروی $\vec{F}$ از مقدار معینی کمتر باشد، نردبان در تماس با دیوار به پایین حرکت خواهد کرد و اگر از مقدار معین دیگری بیشتر باشد، نردبان در تماس با دیوار، بالا می‌رود. چون بیشترین مقدار نیروی $\vec{F}$ مد نظر است، باید لغزش نردبان به سمت بالا را در نظر بگیریم.

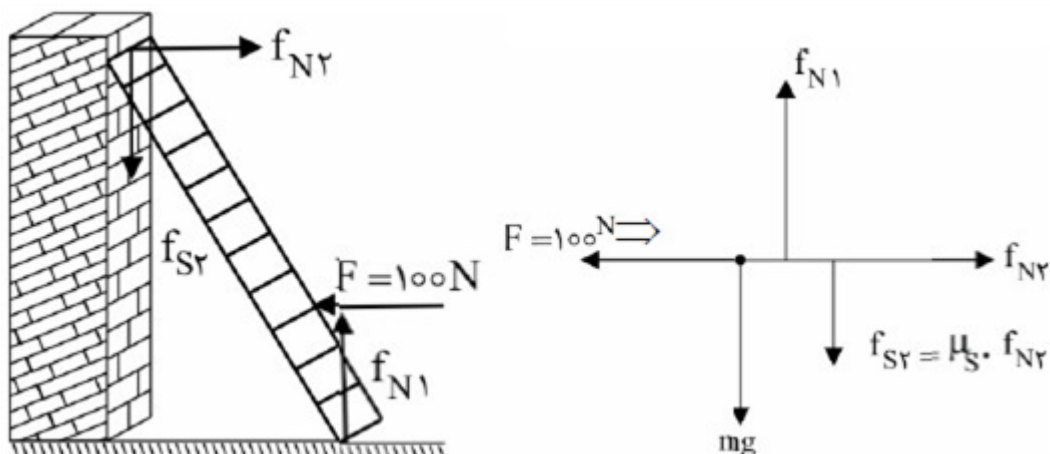
چون نردبان در حالت تعادل می‌باشد یا به عبارت دیگر چون ساکن است، برابری نیروهای وارد بر آن در هر راستایی، صفر است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$F_{net_x} = 0 \Rightarrow F - F_N = 0 \Rightarrow F_{N_1} = F (*)$$

$$F_{net_y} = 0 \Rightarrow F_{N_2} - W - f_{s,max} = 0 \Rightarrow F_{N_2} = W + \mu_s F_{N_1}$$

$$\xrightarrow{(*)} F_{N_2} = W + \mu_s F$$

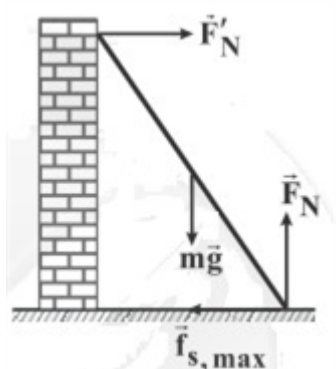
گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نردبان در آستانه حرکت رو به بالا بوده و لذا نیروی اصطکاک سکونی و بیشینه رو به پایین به آن وارد می‌شود.



خالص $F_x = 0 \Rightarrow f_{N2} = F = 100 \text{ N}$

خالص $F_y = 0 \Rightarrow f_{N1} = 200 + 0/6 \times 100 \Rightarrow f_{N1} = 260 \text{ N}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد شده به میله را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:
با توجه به این‌که میله ساکن است، برآیند نیروهای وارد شده به آن صفر است و داریم:



$$F_N = mg = 20 \times 10 = 200 \text{ N}$$

$$f_s$$

$$\max = \mu_s F_N = 200 \mu_s$$

اندازه‌ی نیروی وارد شده از طرف سطح افقی به نردبان، برابر اندازه‌ی برآیند نیروهای $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_{s,\max}$ است، بنابراین داریم:

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_{s,\max}^2} \Rightarrow 100\sqrt{5} = \sqrt{(200)^2 + (200\mu_s)^2}$$

$$\Rightarrow 100\sqrt{5} = 200\sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{1 + \mu_s^2} \Rightarrow \mu_s = \frac{1}{2}$$

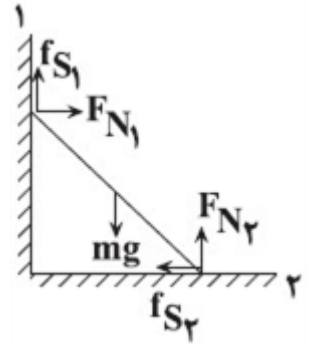
گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، از طرف دیوار قائم، نیروی F_{N_1} وارد می‌شود. با توجه به جهت سرخوردن نردبان و این‌که قرار است نردبان در آستانه‌ی حرکت باشد، باید نیروی خالص در راستای قائم و افقی صفر باشد، بنابراین

$$\begin{cases} F_{(\text{net})_y} = 0 \Rightarrow mg = f_{S_1} + F_{N_2} \\ F_{(\text{net})_x} = 0 \Rightarrow F_{N_1} = f_{S_2} \end{cases} \quad \text{طبق قانون اول نیوتون داریم:}$$

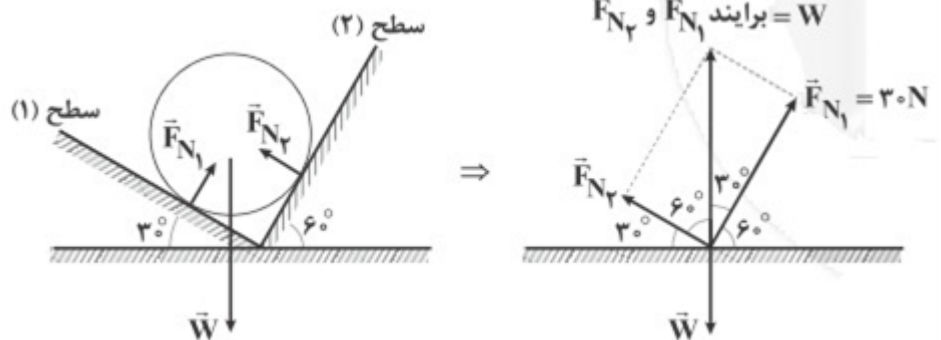
همچنین با توجه به این‌که نردبان در آستانه‌ی سرخوردن و دیوار قائم بدون اصطکاک ($f_{S_1} = 0$) است، داریم:

$$f_s = \mu_s F_{N_1} \xrightarrow{F_{N_2}=mg, m=10 \text{ kg}} f_s = 0/5 \times 100 = 50 \text{ N}$$

$$\xrightarrow{F_{N_1}=f_s} F_{N_1} = 50 \text{ N}$$



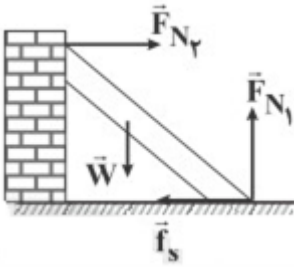
گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شکل زیر، نیروهای وارد بر کره را نشان می‌دهد. چون کره در تعادل است، براینده این سه نیرو باید صفر شود، بنابراین اندازه‌ی براینده نیروهای $\vec{F}_{N_1}$ و $\vec{F}_{N_2}$ برابر با اندازه‌ی نیروی $\vec{W}$ است.



$$\underbrace{\cos 30^\circ}_{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{N_1}}{W} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{F_{N_1}}{W} \xrightarrow{F_{N_1}=20 \text{ N}} W = 20\sqrt{3} \text{ N}$$

$$\underbrace{\cos 60^\circ}_{\frac{1}{2}} = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{F_{N_2}}{W} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{F_{N_2}}{W} \xrightarrow{W=20\sqrt{3} \text{ N}} F_{N_2} = 10\sqrt{3} \text{ N}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با نوشتن شرط تعادل قائم و افقی برای میله، روابط زیر قابل اثبات است:



$$W = F_{N_y} \quad \text{: تعادل قائم}$$

$$f_s = F_{N_x} \quad \text{: تعادل افقی}$$

چون میله در آستانه‌ی حرکت است، پس $f_s = f_{s,\max} = \mu_s F_{N_x}$ می‌باشد.

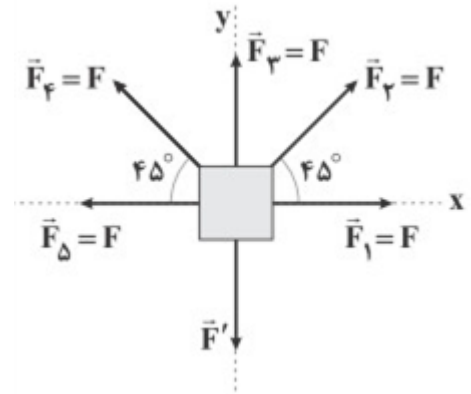
بررسی عبارت‌ها:

$$\begin{cases} f_s = F_{N_x} \\ f_s = \mu_s F_{N_x} \end{cases} \Rightarrow F_{N_x} = \mu_s F_{N_x} \Rightarrow \frac{F_{N_x}}{F_{N_x}} = \mu_s \quad (\checkmark) \quad \text{الف)}$$

$$\frac{W}{F_{N_x}} = \frac{W}{\mu_s F_{N_x}} \xrightarrow{W=F_{N_x}} \frac{W}{F_{N_x}} = \frac{1}{\mu_s} \quad (\checkmark) \quad \text{ب)}$$

$$\frac{W}{f_s} = \frac{W}{\mu_s F_{N_x}} \xrightarrow{W=F_{N_x}} \frac{W}{f_s} = \frac{1}{\mu_s} \quad (\times) \quad \text{ج)}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای ایجاد توازن، برایندهای نیروهای وارد بر جسم باید برابر صفر باشد و برای رسیدن به این هدف داریم:



نیروهای $\vec{F}_x$ و $\vec{F}_y$ بر هم عمود هستند، بنابراین برایندهای نیروهای $\vec{F}_x$ و $\vec{F}_y$ برابر است با:

$$\vec{F}_x \text{ و } \vec{F}_y \text{ برایندهای } F\sqrt{2}$$

$$\vec{F}' = F\sqrt{2} + F = F(\sqrt{2} + 1) \quad \text{بنابراین:}$$

$$\Rightarrow F_{\text{net}} = 0 \Rightarrow F' = F(\sqrt{2} + 1)$$

دقت کنید: نیروهای $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_3$ هم‌اندازه و در خلاف جهت هم هستند و در نتیجه اثر یک‌دیگر را خنثی می‌کنند.

نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، برآیند دو نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه و نیروی عمودی سطح افقی است، بنابراین:

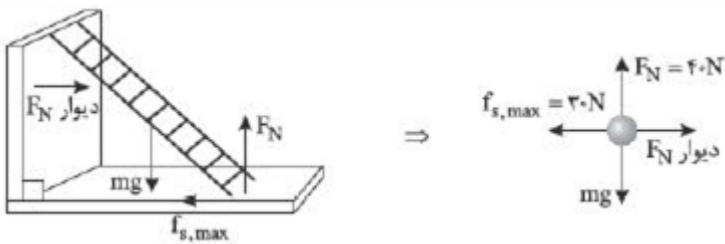
$$R = \sqrt{(f_{s,\max})^2 + F_N^2} \xrightarrow{f_{s,\max} = \mu_s F_N} R = \sqrt{\mu_s^2 F_N^2 + F_N^2}$$

$$\Rightarrow R = F_N \sqrt{\mu_s^2 + 1} = F_N \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1} = \frac{5}{4} F_N$$

$$\xrightarrow{R = 50\text{ N}} 50 = \frac{5}{4} F_N \Rightarrow F_N = 40\text{ N}$$

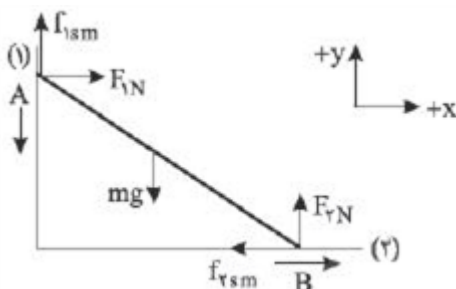
$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \frac{3}{4} \times 40 = 30\text{ N}$$

نیروهای وارد بر نردبان به صورت شکل زیر است. با توجه به این‌که نردبان در آستانه سر خوردن است، شتاب و در نتیجه برآیند نیروهای وارد بر آن صفر می‌باشد، به این ترتیب داریم:



$$\begin{cases} mg = F_N \Rightarrow mg = 40\text{ N} \\ F_{N\text{ دیوار}} = f_{s,\max} \Rightarrow F_{N\text{ دیوار}} = 30\text{ N} \end{cases}$$

در شکل نردبان در آستانه سر خوردن است.



نقطه A می‌خواهد رو به پایین و B می‌خواهد به سمت راست حرکت کند، از این‌رو اصطکاک ایستایی در آستانه حرکت که به نقاط A و B از نردبان اثر می‌کند، در خلاف جهت حرکت این نقاط است.

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow f_{ism} + F_N - mg = 0 \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{in} - f_{vsm} = 0 \Rightarrow F_{in} = \mu_s \times F_{vN} \Rightarrow F_{in} = 0.5 F_{vN}$$

$$\Rightarrow \mu_s \times F_{in} + F_{vN} = mg \Rightarrow 0.5 \times 0.5 \times F_{vN} + F_{vN} = 150$$

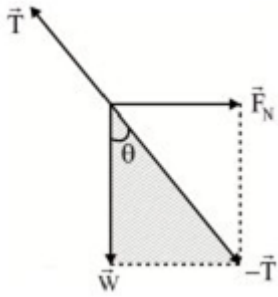
$$\Rightarrow 1/20 F_{vN} = 150 \Rightarrow F_{vN} = 150 \times \frac{2}{5} = 120\text{ N} \Rightarrow F_{in} = 60\text{ N}$$

$$f_{ism} = \mu_s \times F_{in} = 30\text{ N}$$

$$R_1 = \sqrt{F_{in}^2 + f_{ism}^2} \Rightarrow R_1 = \sqrt{60^2 + 30^2} = 30\sqrt{5}\text{ N}$$

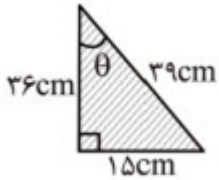
۲۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به جسم سه نیروی عمودی تکیه‌گاه، کشش طناب و وزن وارد می‌شود و جسم تحت اثر این سه نیرو در تعادل است. با توجه به مثلث هاشور خورده شکل مقابل، داریم:



$$\cos \theta = \frac{W}{T} \rightarrow T = \frac{W}{\cos \theta} = \frac{24}{\frac{12}{13}} = 26 \text{ N}$$

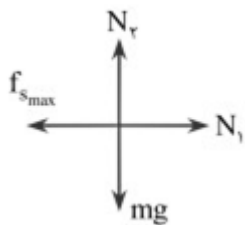
در محاسبه مقدار $\cos \theta$ از مثلث قائم‌الزاویه‌ای که میان طناب، دیوار و شعاع کره ایجاد می‌شود، استفاده کرده‌ایم:



$$\cos \theta = \frac{36}{39} = \frac{12}{13}$$

۳۰

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم. N_1 از طرف دیوار و $f_{s_{\max}}$ و N_2 از طرف زمین به آن وارد می‌شود.



$$\begin{cases} \Sigma F_x = 0 \Rightarrow f_{s_{\max}} = N_1 + 200 \text{ N} \Rightarrow \mu_s N_2 = 200 \\ \Sigma F_y = 0 \Rightarrow N_2 = mg \end{cases}$$

$$\Rightarrow \mu_s (mg) = 200 \Rightarrow m = \frac{200}{0.8 \times 10} = 25 \text{ kg}$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4
21	1	2	3	4
22	1	2	3	4
23	1	2	3	4
24	1	2	3	4
25	1	2	3	4
26	1	2	3	4
27	1	2	3	4
28	1	2	3	4
29	1	2	3	4
30	1	2	3	4

